

## MRI/NPD-NHM の地表面過程の扱いの問題点について

吉崎正憲・加藤輝之（気象研究所）・新野宏・吉田優（東京大学海洋研究所）

E-mail address: [myoshiza@mri-jma.go.jp](mailto:myoshiza@mri-jma.go.jp) Forecast Research Department, Meteorological Research Institute, 1-1 Nagamine, Tsukuba, Ibaraki, Japan 305-0052

### 1. はじめに

現在の気象研・数値予報課非静力学モデルにおいて、海上では Kondo (1975)、陸上では Sommeria (1976) のスキームを使っている。Kondo の方は経験式を用いているが、両者とも Monin-Obukhov の相似則をもとに普遍関数を使って、運動量、熱、水蒸気のフラックスを求めており、しかし、陸上では高さの無次元量との絶対値が大きくなるとある値になるようにして ( $-2.5 < \zeta < 1.5$ ) iteration を 3 回行っている。このやり方では強安定および強不安定の場合には熱の取り扱いが大きすぎる傾向がある。この関係について議論したい。

### 2. 復習

#### ●摩擦速度、摩擦温度

$$-\overline{(u'w')}_s = \frac{\tau}{\rho} = u_*^2 = (C_M U)U.$$

$\tau$  : レイノルズ応力、 $\kappa$  : カルマン係数

$$-\overline{(\theta'w')}_s = \frac{H}{\rho c_p} = -u_* \theta_* = (C_H U)(\theta_s - \theta).$$

#### ●安定度が中立に近いとき：

$$u_* = \left( \frac{\tau}{\rho} \right)^{1/2} = \kappa z \frac{dU}{dz} = \text{constant}$$

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right)$$

$$\text{同様に } \theta_s - \theta = -\frac{\theta_*}{\kappa} \ln \left( \frac{z}{z_T} \right)$$

#### ●安定度が中立から遠いとき：

##### Monin-Obukhov 相似則

$$\zeta = \frac{z}{L}, \quad Y = \frac{1}{L} = -\frac{\kappa g}{u_*^3 T} \frac{H}{\rho c_p} = \frac{\kappa g \theta_*}{u_*^2 T}$$

$$\rightarrow \zeta_0 = \frac{z_0}{L}, \quad \zeta_T = \frac{z_T}{L}$$

L : Monin-Obukhov の安定度スケール、  
 $\zeta > 0$  : 安定、 $\zeta < 0$  : 不安定

$$u_* = \frac{\kappa \zeta}{\phi_M} \frac{dU}{d\zeta} \rightarrow U(\zeta, \zeta_0) = \frac{u_*}{\kappa} \int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{\phi_M}{\zeta} d\zeta.$$

#### 不安定な条件 (Kondo 1975)

$$\phi_M = (1 - 16\zeta)^{-1/4}, \quad \phi_H = (1 - 16\zeta)^{-1/2}$$

$$\Psi_M = \int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{\phi_M}{\zeta} d\zeta = \ln \left( \frac{\zeta}{\zeta_0} \right) + \ln \frac{(x_0^2 + 1)(x_0 + 1)^2}{(x^2 + 1)(x + 1)^2} \\ + 2 \left( \tan^{-1} x - \tan^{-1} x_0 \right) \left( = \frac{\kappa U}{u_*} \right)$$

$$x = \phi_M^{-1} = (1 - 16\zeta)^{1/4}, \quad x_0 = (1 - 16\zeta_0)^{1/4}$$

$$\Psi_H = \int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{\phi_H}{\zeta} d\zeta = \ln \frac{(y - 1)(y_0 + 1)}{(y_0 - 1)(y + 1)} \left( = \frac{ku_*(\theta_s - \theta)}{\frac{H}{\rho c_p}} \right)$$

$$y = \phi_H^{-1} = (1 - 16\zeta)^{1/2}, \quad y_0 = (1 - 16\zeta_0)^{1/2}.$$

#### 安定な条件 (Kondo 1975)

$$\phi_M = \phi_H = 1 + \frac{6\zeta}{1 + \zeta}$$

$$\Psi_M = \Psi_H = \int_{\zeta_0}^{\zeta} \frac{\phi_M}{\zeta} d\zeta = \ln \left( \frac{\zeta}{\zeta_0} \right) + 6 \ln \frac{1 + \zeta}{1 + \zeta_0}$$

#### ●実際の計算

一般に  $\zeta \neq \zeta_T$  であり、高度差の効果を考慮する必要がある。そこで  $\theta_0 = \theta(z = z_0)$  を導入する。ただし  $|\theta_s - \theta_0| \ll |\theta_0 - \theta|$  を陰に仮定する。

$$\frac{H}{\rho c_p} = (C_H U)(\theta_s - \theta) = (C_H U)(\theta_s - \theta_0 + \theta_0 - \theta).$$

$$C_H U = \frac{H}{\rho c_p (\theta_s - \theta)} = \frac{\kappa u_*}{(\Psi_H + \kappa B_H^{-1})}.$$

$$\Psi_H = \frac{\kappa u_*(\theta_0 - \theta)}{\frac{H}{\rho c_p}}.$$

$$B_H^{-1} = \frac{u_*(\theta_s - \theta_0)}{H} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{z_0}{z_T} \right)$$

$B_H$  : sub-layer Stanton number of Owen and Thompson (1963)

### 3. 二つの解法

#### ●解法1: Newton 法による iteration。

$$h = \frac{H}{\rho c_p}, Y = \frac{1}{L}, \zeta_a = aY, \zeta_0 = z_0Y \text{ とすると、}$$

$$u_* \Psi_M(aY, z_0Y) = \kappa U$$

$$h \Psi_H(aY, z_0Y) = \kappa u_* (\theta_s - \theta)$$

$$u_*^3 Y = -\alpha h, \quad \left( \alpha = \frac{\kappa g}{\theta} \right)$$

真値=guess 値+△として△<<1 を仮定する。

$$\Psi_M(\zeta_{a0}, \zeta_{00}) \Delta u_* + \left[ a \left( \frac{\partial \Psi_M}{\partial \zeta_a} \right)_0 + z_0 \left( \frac{\partial \Psi_M}{\partial \zeta_0} \right)_0 \right]$$

$$\times u_{*0} \Delta Y = -u_{*0} \Psi_M(\zeta_{a0}, \zeta_{00}) + \kappa U$$

$$\Psi_H(\zeta_{b0}, \zeta_{00}) \Delta h + h_0 \left[ b \left( \frac{\partial \Psi_M}{\partial \zeta_b} \right)_0 + z_0 \left( \frac{\partial \Psi_M}{\partial \zeta_0} \right)_0 \right]$$

$$\Delta Y = -h_0 \Psi_H(\zeta_{b0}, \zeta_{00}) + \kappa u_* (\theta_s - \theta)$$

$$3u_{*0}^2 Y_0 \Delta u_* + u_{*0}^3 \Delta Y + \alpha \Delta h = -u_{*0}^3 Y_0 - \alpha h_0$$

#### ●解法2: guess 値を繰り返し代入する。

(MRI-NHM の GRDFLH と同じ求め方)

$$u_{*i+1} = \frac{\kappa U}{\Psi_M(aY_i, z_0Y_i)}$$

$$h_{i+1} = \frac{\kappa u_{*i} (\theta_s - \theta)}{\Psi_H(bY_i, z_0Y_i)}$$

$$Y_{i+1} = -\frac{\alpha h_{i+1}}{u_{*i+1}^3}$$

ただし  $-2.5 < \zeta_{a,i+1} < 1.5$

### 4. まとめ

陸上で roughness  $z_0 (= 0.1m)$  は定数として、高さ  $a (= 20m)$  で風  $U$ 、温位（温度） $\theta$ 、地面温位  $\theta_s (= 293K)$  である場合、(A) 解法1と(B) 解法2と(C) 自然対流（安定成層の時は0）の式を使って、熱フラックス  $H$ 、M0長さ  $L$ 、摩擦速度  $u_*$  を求めることになる。

その結果、熱フラックスに関しては以下のようない傾向があった。

- ・強安定な場合、(A) は概ね解は求まる。 $(z_0)$  が変わると収束しないこともある。)
- ・強不安定な場合、(A) は収束しない。 $\zeta$  が-1 以下では一般に収束しにくい。
- ・(B) はいつも安定に計算できる。
- ・熱フラックスの大きさは (B) の方が (A) よりも 1.5–10 倍大きい。特に安定な弱風の場合に差が大きい。（式が異なることによる。）
- ・(C) は一般に (A) や (B) よりは小さい。
- ・安定成層の場合  $Ri$  が 0.25、安定成層の場合は  $Ri$  が -1 で収束するかしないかの境界値となる。こうした  $Ri$  の値を用いて、(C) に徐々にスイッチするのが良さそうである。

りも 1.5–10 倍大きい。特に安定な弱風の場合に差が大きい。（式が異なることによる。）

・(C) は一般に (A) や (B) よりは小さい。

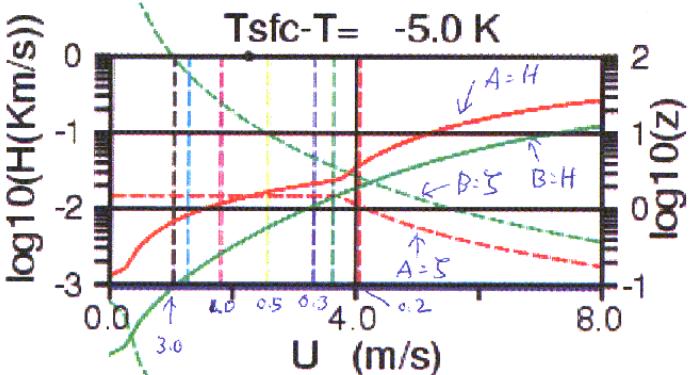
・安定成層の場合  $Ri$  が 0.25、安定成層の場合は  $Ri$  が -1 で収束するかしないかの境界値となる。こうした  $Ri$  の値を用いて、(C) に徐々にスイッチするのが良さそうである。

ζ の  $\log_{10}$  : (A) 赤・破線、(B) 緑・破線

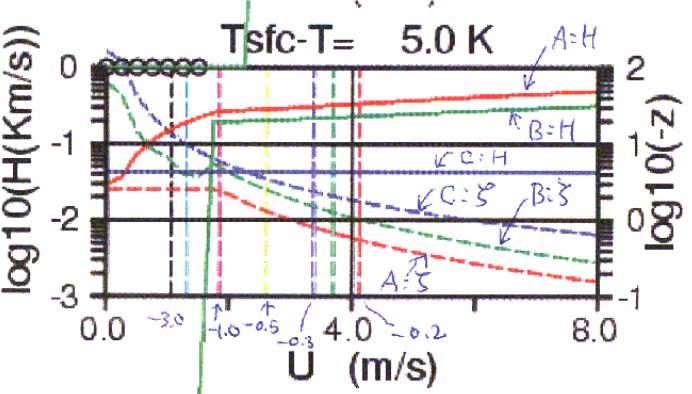
$H$  の  $\log_{10}$  : (A) 赤・実線、(B) 緑・実線、(C) 青・実線（安定な場合は適当）

縦破線:  $Ri$  の絶対値 左から順に 3.0 (黒), 2.0 (シアン)、1.0 (紫)、0.5 (黄)、0.3 (青)、0.25 (緑)、0.20 (赤)、

#### ●安定成層の場合 ( $T_{sfc}-T = -5K$ )



#### ●不安定成層の場合 ( $T_{sfc}-T = +5K$ )



上辺左側にある○は (A) において 20 回 iteration を行ったが収束しなかったことを示す。（実際は II あるいは Y が iteration のたびにプラスマイナスとなってとても収束する様子がないことが多い。）また黒ポチ (•) は H あるいは Y が iteration の途中にプラスマイナスとなったが何とか 20 回以内の iteration で収束したことを示す。