二重フーリエ級数展開に基づく全球高分解能モデルの高速計算

*赤堀浩司・石黒貴之・服部啓太・須田礼仁・杉原正顯　（名大・計算理工）

1. はじめに

全球モデルの水平方向の数値アルゴリズムとして従来広く用いられてきた球面調和関数展開法に基づくスペクトル法は、非常に高精度であるが、計算量が $O(M^3)$ (M は切断波数) であるため、非静力学モデルが目指すような高分解能モデルには適さない。一方、単純な差分法は、計算量が水平格子数に比例する ($\sim O(M^2)$) ため高速な計算が期待できるが、スペクトル法に比べ著しく精度が劣ってしまう。

これに対し、二重フーリエ級数展開に基づく方法は、スペクトル法のもつ高精度の特徴と、高速フーリエ変換法による高速性 (計算量は $O(M^2 \log_2 M)$) の特徴を兼ね備えている。また、並列計算機におけるデータ転送速度は、超高解像度では単純な差分法に劣るものの、近未来における並列計算機環境とモデル解像度に対しては工夫の余地が十分あり、必ずしも欠点とはならないと思われる。

二重フーリエ級数展開に基づく計算アルゴリズムは、Orszag (1974) および Yee (1980) によって提案された。また Yee (1981) は、Poisson 方程式の解法を開発している。我々は、こうした研究を受け、これまでに二次元非発散方程式および、浅水方程式に対するアルゴリズムを発展させてきた。なお、同様の研究は Hyeong(2000) によってもなされている。

2. アルゴリズム

変数 ζ の二重フーリエ級数展開は次のように行なう

$$\zeta(\lambda,\theta) = \sum_{m=-M}^{M} \sum_{l=0}^{M} \zeta_{l,m} B_l^m(\theta) e^{im\lambda}$$

$$B_l^m(\theta) = \begin{cases} \cos l\theta & (m \text{ が偶数}) \\ \sin l\theta & (m \text{ が奇数}) \end{cases}$$

ここで $\zeta_{l,m}$ は展開係数、M は切断波数である。

渦度から流線関数 (および発散から速度ポテンシャル) を得るためのポアッソン方程式は、三重対角行列の連立一次方程式に帰着するので高速高精度に解ける。非線型項は、極を含まないような等間隔の緯度・経度格子上の実空間値によって評価する。また、表現できる擾乱のスケールを全球で一様にするため、各タイムステップ毎に極フィルタを作用させる。

3. テスト結果

2 次元非発散方程式モデルを作成し、減衰性乱流の問題を計算した様子を図 1 に示す。切断波数は世界最大規模の 2730 である。変換格子が集中する極域においても安定な計算が行なわれている。

さらに、浅水方程式系モデルを開発し、Williamson *et al.*(1992) の 7 つの標準問題のテストを行なった。図 2 は、テストケース 5 の様子である。球面調和関数展開に基づくモデル ispack (石岡 1999) との差は非常に小さい。

今後は、非静力学モデルへの適用をも視野に入れ、多層モデルでのテストを行なっていく予定である。

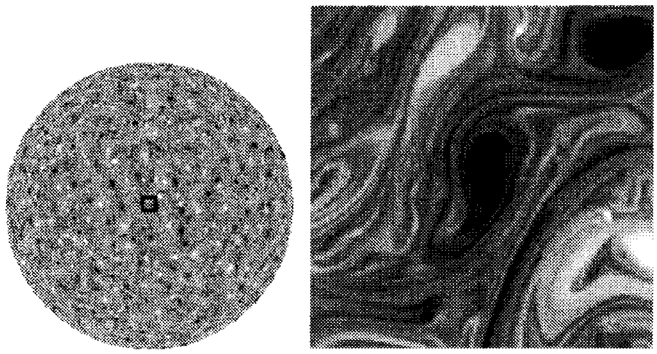

図 1: 減衰性乱流実験の相対渦度のスナップショット。全球 (左) と部分 (右)。

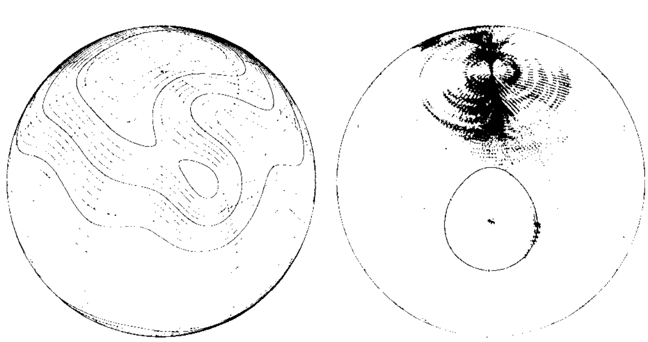

図 2: 単純な海底地形を含む系でのテスト結果。切断波数 170。(左)15 日後の水面の高さ。コンター間隔 50m。(中) 球面調和関数スキームとの差。コンター間隔 0.02m。0 線は省略。太実線は山の位置