

3次元MIM系における波の伝播を記述する波活動度フラックスについて

木下 武也

国立研究開発法人 情報通信研究機構
統合データシステム研究開発室

発表内容

- 背景
- 目的
- 結果
- まとめと今後の課題

本日の発表では図を含むスライドは2枚しかなく、
残りは全て数式になります。ご容赦くださいm(_ _)m

背景

3次元変形オイラー平均 (TEM) 系を用いた解析を行う際の注意点

- TEM系と異なり時間平均南北流中の地衡流 $\neq 0$
- 東西平均した東西・南北方向の運動方程式から

$$[u]_t + ([u]_y - f)[v] + [u]_z[w]$$

月平均場でよくつりあう

$$= -[u'v']_y - \rho_0^{-1}(\rho_0[u'w'])_z + [X]$$

$$[v]_t + f[u] + [v]_y[v] + [v]_z[w]$$

$$= -[v'^2]_y - \rho_0^{-1}(\rho_0[v'w'])_z + [Y]$$

- 3次元TEM系の場合

$$\bar{v}_a \approx -(\bar{u}_y - f)^{-1} \left\{ (\overline{u'^2})_x + (\overline{u'v'})_y + \rho_0^{-1}(\rho_0 \overline{u'w'})_z \right\}$$

$$\bar{u}_a \approx -f^{-1} \left\{ (\overline{u'v'})_x + (\overline{v'^2})_y + \rho_0^{-1}(\rho_0 \overline{v'w'})_z \right\}$$

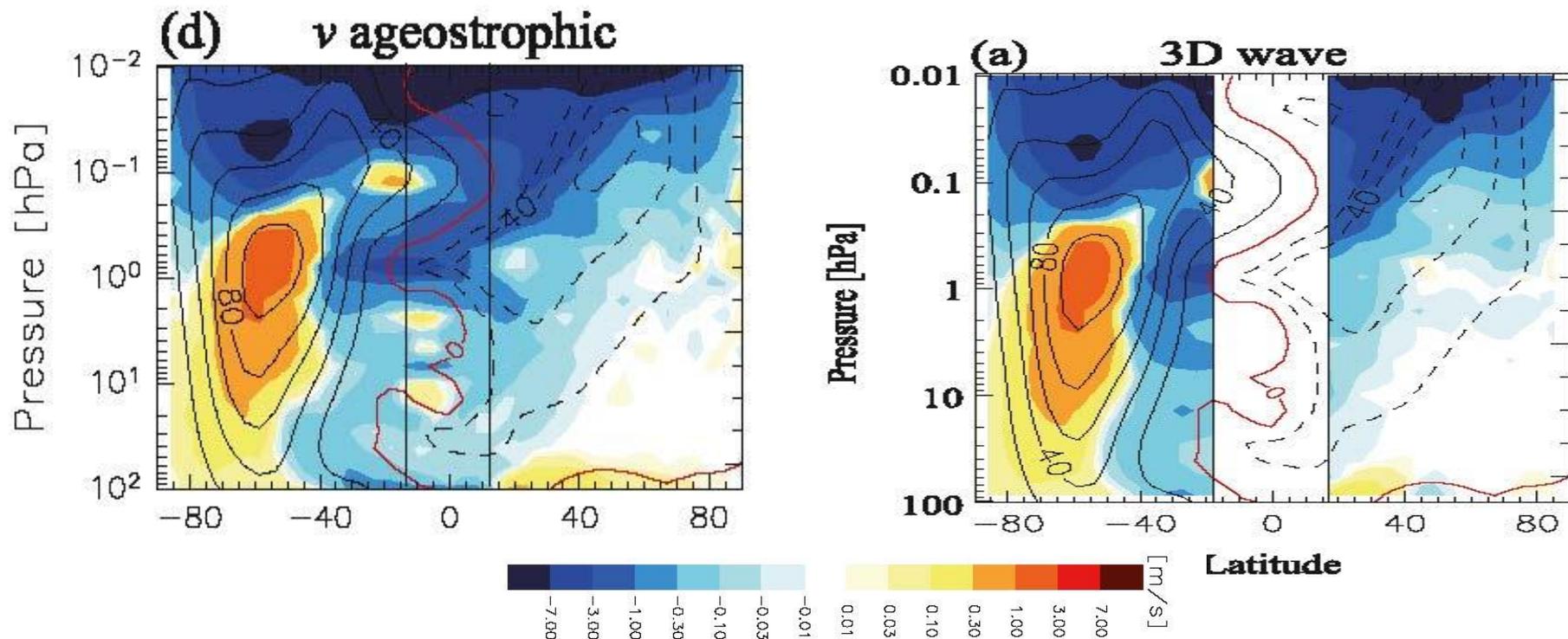
- 連続の式を介し、 \bar{w}_a を計算 \rightarrow Stokes drift と組み合わせて擾乱に伴う3次元残差流を定義

背景1.5: 解析結果例: KANTOデータを使用 (7月)

擾乱に伴う非バランス流

$$-(\bar{u}_y - f)^{-1} \left\{ (\overline{u'^2})_x + (\overline{u'v'})_y + \rho_0^{-1} (\rho_0 \overline{u'w'})_z \right\}$$

東西平均南北風速



等値線は東西風速

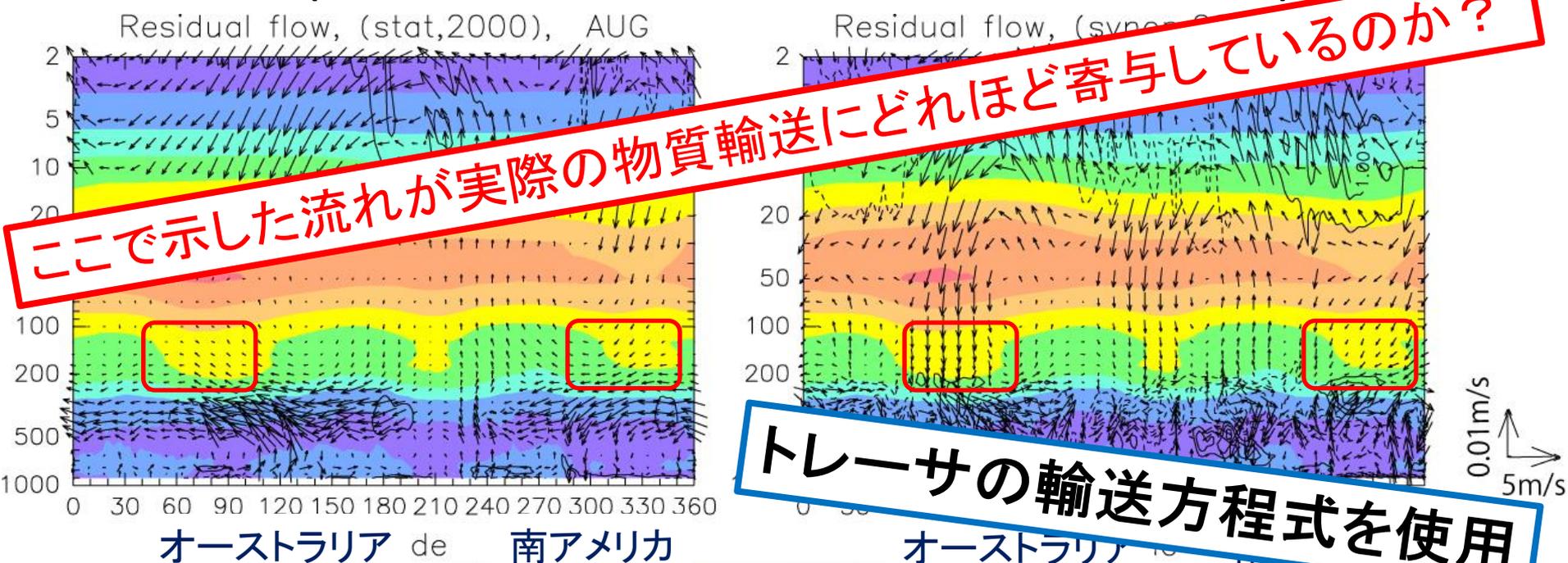
両者は月平均場で見るとほぼつりあっている

Sato et al. (2013)

背景2

擾乱に伴う3次元残差流を使用した例

2000年8月の残差流とオゾン (50S, 経度高度断面)
(準停滞性擾乱, 10日周期以下の擾乱)



ここで示した流れが実際の物質輸送にどれほど寄与しているのか？

トレーサの輸送方程式を使用

別の物質輸送を表す指標を使用

カラー: オゾン濃度 50 100 150 200 250 300 350 400 450
等値線: 残差流の...
ベクトル: 残差流

目的

- MIM系における3次元残差流、波活動度fluxを確認し、それぞれの物理的意味を考察
 - 過去研究においてMIM系における擾乱に対する方程式系を見つけることが出来なかったため、そこから導出し、分散関係式を得る
 - 擾乱の伝播を記述する波活動度fluxの式を導く
- 3次元MIM系とTEM系の関係について調べる
(最終目標)

結果:

ログP座標における擾乱に対する方程式系

- 使用する仮定

- 小振幅擾乱、背景場のシアは擾乱と同じ大きさ
- 2次以上の微小な項は無視
- 平均鉛直風は無視

$$\bar{D}u' - fv' + \Phi'_x = 0,$$

$$\bar{D}v' + fu' + \Phi'_y = 0,$$

$$u'_x + v'_y + \rho_0^{-1}(\rho_0 w')_z = 0,$$

$$\bar{D}\Phi'_z + N^2 w' = 0.$$

$$\left(\bar{D} = \partial_t + \bar{u}\partial_x + \bar{v}\partial_y \right)$$

擾乱として扱う変数
($u', v', w', \theta', \Phi'$)

結果2: 温位座標における方程式系

$$Du - fv + M_x = X - Qu_\theta,$$

$$Dv + fu + M_y = Y - Qv_\theta,$$

$$\sigma_t + (\sigma u)_x + (\sigma v)_y = -(\sigma Q)_\theta,$$

$$M_\theta = \Pi(p) \equiv C_p (p/p_s)^\kappa = C_p e^{-\kappa z/H},$$

$$\sigma \equiv -g^{-1} p_\theta.$$

$$\left(\bar{D} = \partial_t + u\partial_x + v\partial_y \right)$$

擾乱として扱う変数の候補

$(u, v, Q, \theta, M, p, \sigma)$

問題

どのような仮定を置くことで、使用する変数を制限し、かつログp座標系と対応可能な擾乱に対する方程式ができるか？

結果3:

MIM系における擾乱の方程式系

- 方程式系から質量重み月平均した式系を引くことで、擾乱の方程式を得る
 - 以下の式では全て擾乱成分を'を用いて表現しているが、厳密には p と M は質量重みつき時間平均からの偏差ではなく、時間平均からの偏差である。しかし両者の差は偏差の2次量であるため無視できると仮定する
 - また、 $\dot{\theta}' = Q' = 0$ を仮定し、 $\sigma = -p_{\theta}/g$ の p を変数として用いる

MIM系における擾乱の方程式系2

- 前述の仮定を用いると、

$$D^* u' - f v' + M'_x = 0, (1)$$

$$D^* v' + f u' + M'_y = 0, (2)$$

$$D^* p'_\theta + \bar{p}_\theta (u'_x + v'_y) = 0, (3)$$

$$M'_\theta = \frac{R}{\kappa} \left[\left(\frac{p}{p_s} \right)^\kappa \right]' = \frac{R \bar{p}^{\kappa-1}}{p_s^\kappa} p', (4)$$

$$D^* \equiv \partial_t + \bar{u}^* \partial_x + \bar{v}^* \partial_y + \bar{\dot{\theta}}^* \partial_\theta. (5)$$

- 任意の擾乱を以下の波型とすると

$$a' = A(y) \exp(ikx + im\theta - i\omega t). (6)$$

MIM系における擾乱の方程式系3

- 分散関係式をKinoshita and Sato (2013b) と同様の手法で得る式(1), (2) から、

$$(\hat{\omega}^2 - f^2)\hat{v} + i\hat{\omega} \hat{M}_y + ikf\hat{M} = 0. (7)$$

続いて、式(1), (3), (4)から、

$$\hat{\omega}\hat{v}_y - fk\hat{v} + i\left(k^2 - \frac{\hat{\omega}^2 m^2}{N^2(\theta)}\right)M' = 0, (8)$$

$$N^2(\theta) \equiv -\frac{R\bar{p}^{\kappa-1}}{p_s^\kappa} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta}. (9)$$

式(7)に式(8)と(8)のy微分を代入することで

$$\frac{d^2 \hat{v}}{dy^2} + \left\{ (\hat{\omega}^2 - f^2) \frac{m^2}{N^2(\theta)} - k^2 - \frac{kf_y}{\hat{\omega}} \right\} \hat{v} = 0. (10)$$

を得る。 $\hat{v} = v_0 \exp(i ly)$ と置くことで分散関係式

$$k^2 + l^2 - (\hat{\omega}^2 - f^2) \frac{m^2}{N^2(\theta)} + \frac{kf_y}{\hat{\omega}} = 0. (11)$$

が得られる。

MIM系における擾乱の方程式系4

- 以下に式(1), (2) から得られる偏波関係式、今後の重みつき時間平均速度で使用する空気塊の変位と擾乱の関係に関する式を紹介する。

$$u' = \frac{k\hat{\omega} + ilf}{\hat{\omega}^2 - f^2} M', v' = \frac{l\hat{\omega} - ikf}{\hat{\omega}^2 - f^2} M',$$
$$D^* \xi' = u', D^* \eta' = v'. \quad (12)$$

結果4

MIM系における3次元flux

- 昨年開催されたMIM研究集会@東北大学の岩崎先生の発表資料より

$A' \equiv A - \bar{A}^*$ とするとMIM系は以下となる

$$\frac{\partial \bar{u}^*}{\partial t} + \bar{u}^* \frac{\partial \bar{u}^*}{\partial x} + \bar{v}^* \frac{\partial \bar{u}^*}{\partial y} + \bar{\theta}^* \frac{\partial \bar{u}^*}{\partial \theta} - f \bar{v}^* + \frac{\partial \bar{M}}{\partial x}$$

$$= \frac{1}{\bar{\sigma}} \nabla \cdot \mathbf{F} + \bar{X}$$

$$\mathbf{F} \equiv \left\{ \begin{array}{l} -\bar{\sigma} \overline{u'^2} - \frac{p' \partial \Phi'}{g \partial \theta}, -\bar{\sigma} \overline{u'v'^*}, -\bar{\sigma} \overline{u'\dot{\theta}^*} \\ + \frac{p' \partial \Phi'}{g \partial x} \end{array} \right\}$$

これを参考に、分散関係式から群速度を求め、偏波関係式を絡めて擾乱の伝播を記述する波活動度fluxを導く

結果4

擾乱の伝播を記述する3次元flux

- 擾乱の伝播を記述する3次元fluxは以下となる。

$$F_1 = \bar{\sigma} \overline{u'^2}^* + \frac{p'}{g} \frac{\partial M'}{\partial \theta} - E$$

$$F_2 = \bar{\sigma} \overline{u'v'}^*$$

$$F_3 = -\frac{p'}{g} \frac{\partial M'}{\partial x}. \quad (30)$$

- ちなみに、 $\frac{p'}{g} \frac{\partial M'}{\partial \theta}$ はポテンシャルエネルギーの2倍に一致するため、 $\frac{p'}{g} \frac{\partial M'}{\partial \theta} - E = S$ (kinoshita and Sato 2013b) となる。また、東西成分において無理やりM'を使用した部分については、質量重み付け平均した際のfluxを導く方法を以下に変更し、その際生じた余剰項が小さいため成立する。

$$-\frac{p_\theta}{g} M_x = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{p}{g} M_x \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{g} M_\theta \right) - \frac{p_x}{g} M_\theta$$

$$\rightarrow -\frac{\partial}{\partial \theta} \overline{\left(\frac{p'}{g} M'_x \right)} + \frac{\partial}{\partial x} \overline{\left(\frac{p'}{g} M'_\theta \right)} - \overline{\left(\frac{p'_x}{g} M'_\theta \right)} \quad (31)$$

波型を仮定すると位相が90度ずれるため

まとめと今後の課題

- MIM系における擾乱の方程式系を導き、ロスビー波と重力波に適用可能な分散関係式を導出
- 分散関係式をもとに擾乱の伝播を記述する3次元波活動度fluxを導出
- 今後の課題は、以下の問題に取り組む
 - 運動方程式に含まれる波活動度fluxはTEM系のそれと一致しない。
 - この点について考察し、MIM系とTEM系における擾乱に伴う3次元残差流の関係をまとめる

