MIMの3次元化に向けてーその1

岩崎俊樹
東北大学大学院・理学研究科

１．ねらい

２．3次元EP-flux ？と Wave-Activity Flux

３．エネルギー変換と傾圧不安定：2次元の場合のレッスン

１．　ねらい

加重付時間平均に基づく平均流－波の相互作用の解析

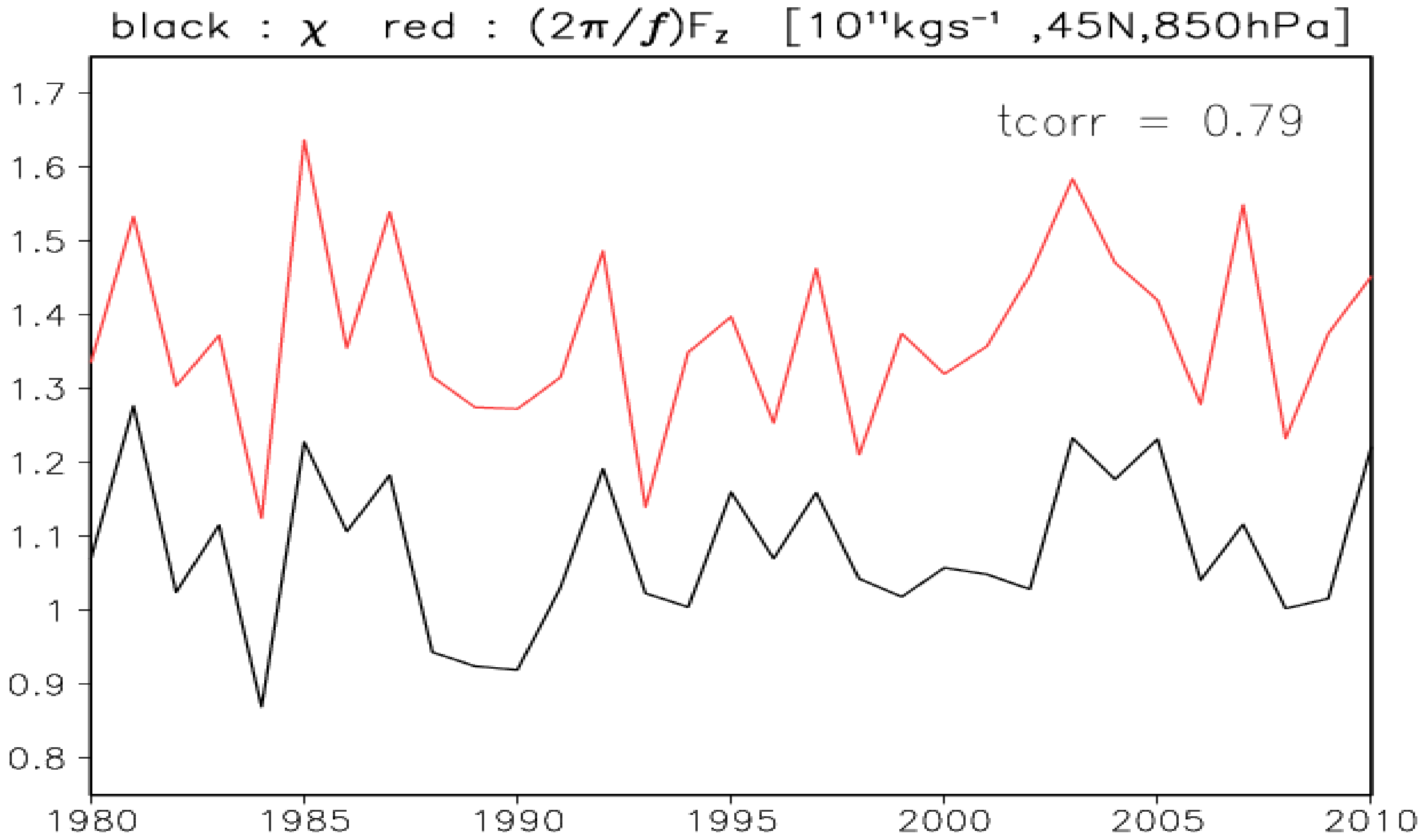
(1)　3次元B-D循環（加重付時間平均流の3次元構造）

(2)　下層の寒気流出に伴う波動の励起

(3)　K_M →Wのエネルギー変換とストームトラック

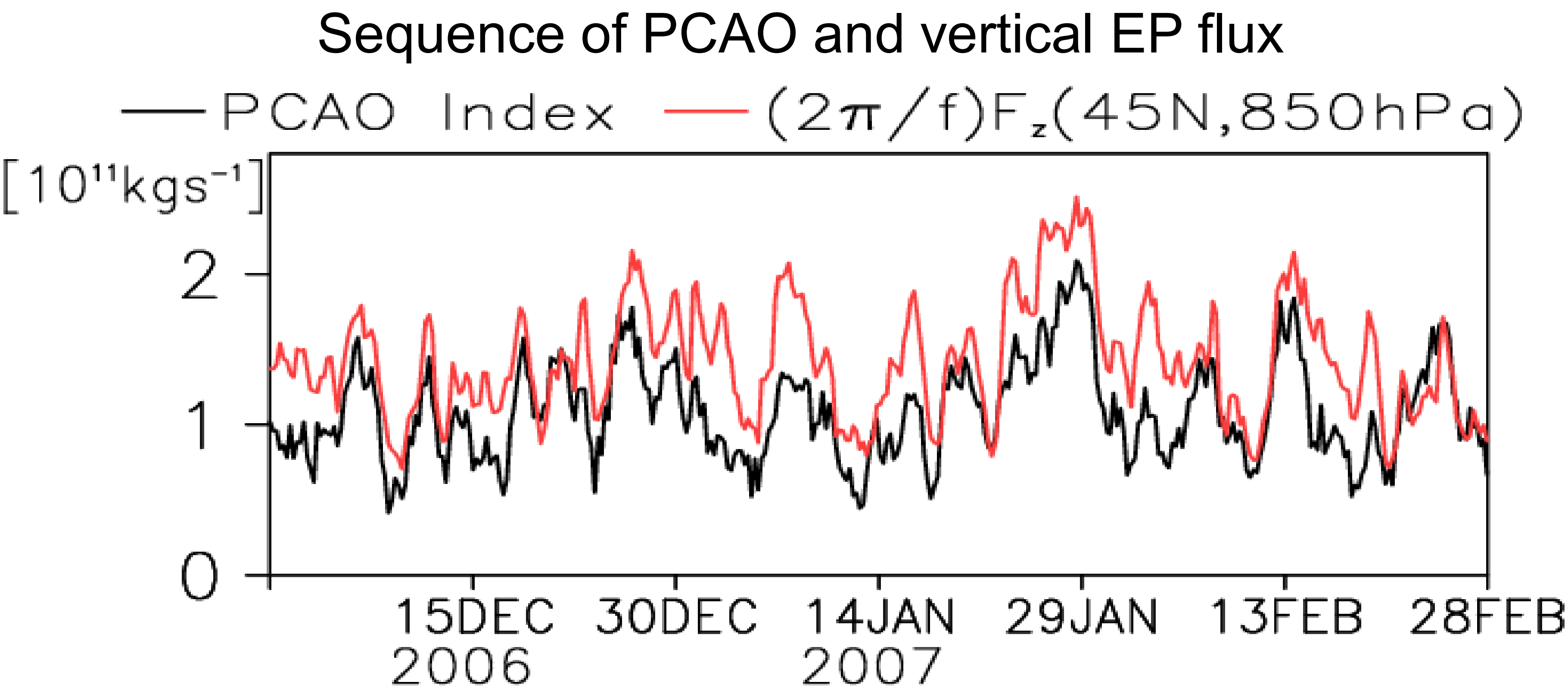
(4)　エネルギー変換ダイアグラム

Interannual variability of January mean PCAO and vertical EP flux



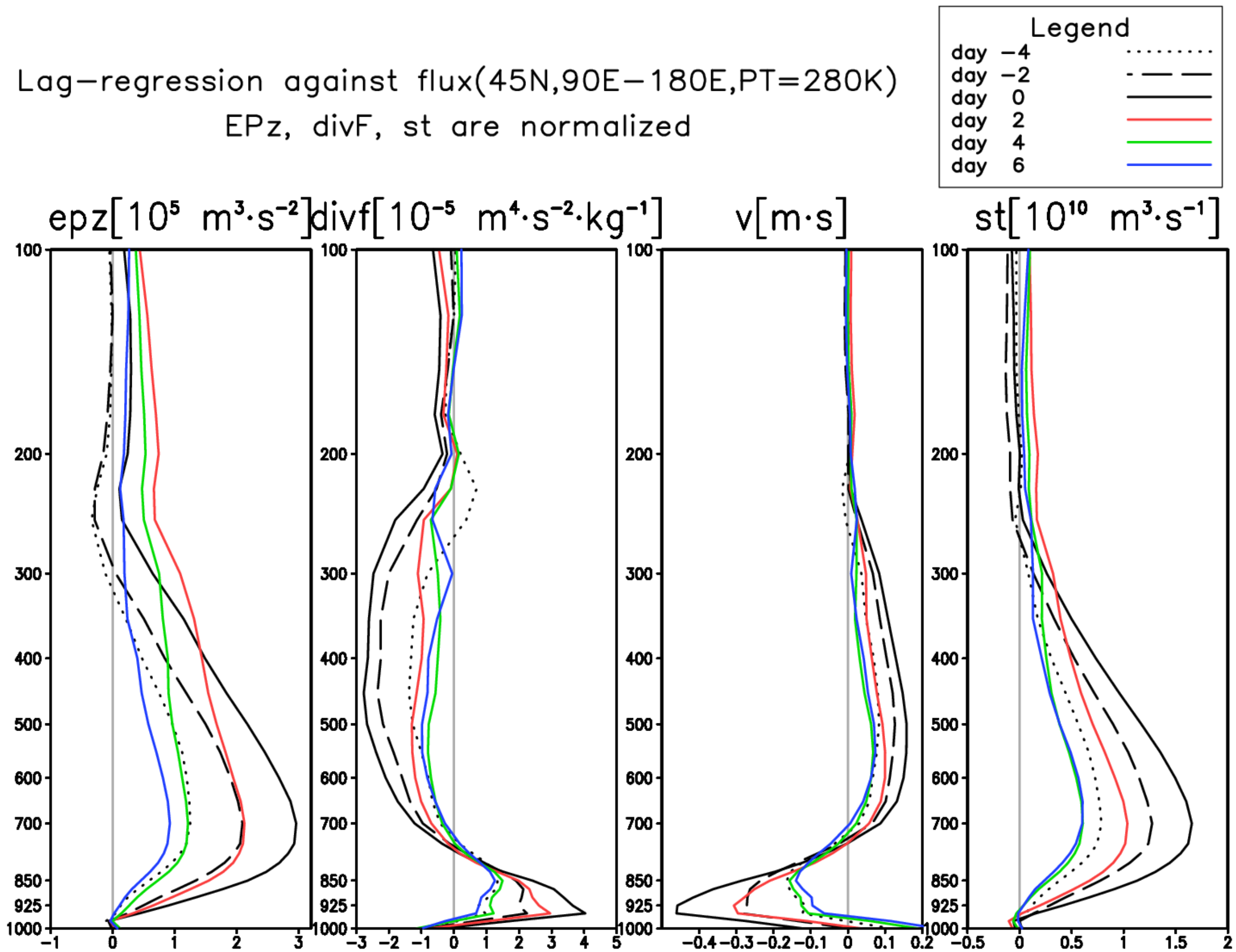
PCAO is driven by vertical divergence of EP flux,
But it is about 20% smaller than expected from EP flux.

4. Short-term variability



Short-term events are also under the control of wave-mean flow interactions

Lagged regression coefficients of E-P flux and related parameters to EA-PCAO Index (normalized by reference density, except for v*)



2. 3次元EP-flux ？と Wave-Activity Flux

質量加重付時間平均 $\overline{A^*} \equiv \dfrac{\overline{\sigma A}}{\overline{\sigma}}$ 偏差を $A' \equiv A - \overline{A^*}$

東西風の運動方程式の定常状態

$$\overline{u^*}\frac{\partial \overline{u^*}}{\partial x} + \overline{v^*}\frac{\partial \overline{u^*}}{\partial y} + \overline{\dot{\theta}^*}\frac{\partial \overline{u^*}}{\partial \theta} = f\overline{v^*} + \frac{1}{\overline{\sigma}}\nabla \cdot \mathbf{F}$$

波動ストレスの東西成分

$$\mathbf{F} \equiv \left\{ -\overline{\sigma}\,\overline{u'^2{}^*} - \overline{\frac{p}{g}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}}, \quad -\overline{\sigma}\,\overline{u'v'^*}, \quad -\overline{\sigma}\,\overline{u'\dot{\theta}'^*} + \overline{\frac{p}{g}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{\theta}} \right\}$$

南北風の運動方程式の定常状態

$$\overline{u^*}\frac{\partial \overline{v^*}}{\partial x} + \overline{v^*}\frac{\partial \overline{v^*}}{\partial y} + \overline{\dot{\theta}^*}\frac{\partial \overline{v^*}}{\partial \theta} = -f\overline{u^*} + \frac{1}{\overline{\sigma}}\nabla \cdot \mathbf{G}$$

波動ストレスの南北成分

$$\mathbf{G} \equiv \left\{ -\overline{\sigma}\,\overline{u'v'^*}, \quad -\overline{\sigma}\,\overline{v'^2{}^*} - -\overline{\frac{p}{g}\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}}, \quad -\overline{\sigma}\,\overline{v'\dot{\theta}'^*} + \overline{\frac{p}{g}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_{\theta}} \right\}$$

Wave Activity Flux

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\overline{q'^2*}}{2}+\overline{\mathbf{v}*}\nabla\cdot\frac{\overline{q'^2*}}{2}+\overline{(q'\mathbf{v}')*}\nabla\overline{q*}=0$$

$$\mathbf{F}\equiv\left\{-\bar{\sigma}\overline{v'^2*}+e-\overline{\frac{p}{g}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}},\quad -\bar{\sigma}\overline{u'v'*},\quad -\bar{\sigma}\overline{u'\dot{\theta}'*}+\overline{\frac{p}{g}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)_{\theta}}\right\}$$

$$\mathbf{G}\equiv\left\{-\bar{\sigma}\overline{u'v'*},\quad -\bar{\sigma}\overline{u'^2*}+e-\overline{\frac{p}{g}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}},\quad -\bar{\sigma}\overline{v'\dot{\theta}'*}+\overline{\frac{p}{g}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)_{\theta}}\right\}$$

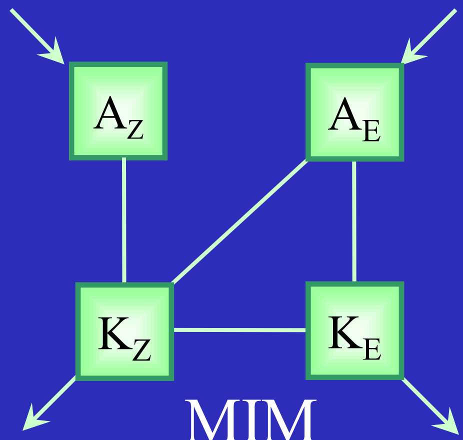
$$e\equiv\frac{\bar{\sigma}}{2}\left(\overline{u'^2*}+\overline{v'^2*}\right)$$

平均場の運動方程式へのアノアマリーの寄与とPVアノマリー

３．エネルギー変換と傾圧不安定
2次元の場合のレッスン

質量加重付帯状平均

エネルギー変換



MIM

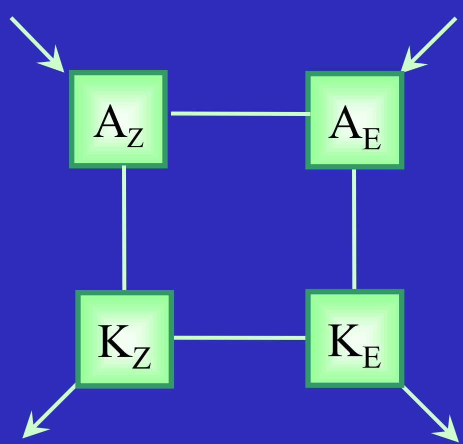
Iwasaki(2001)

A_Z : Mean Available Potential Energy

K_Z: Mean Kinetic Enrgy

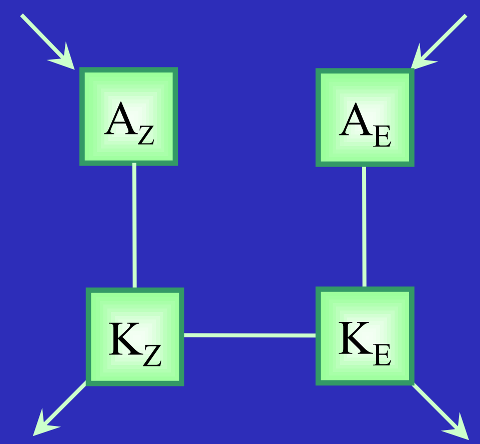
A_E :Eddy Available Potential Enrgy

K_E:Eddy Kinetic Enrgy



Eulerian Mean

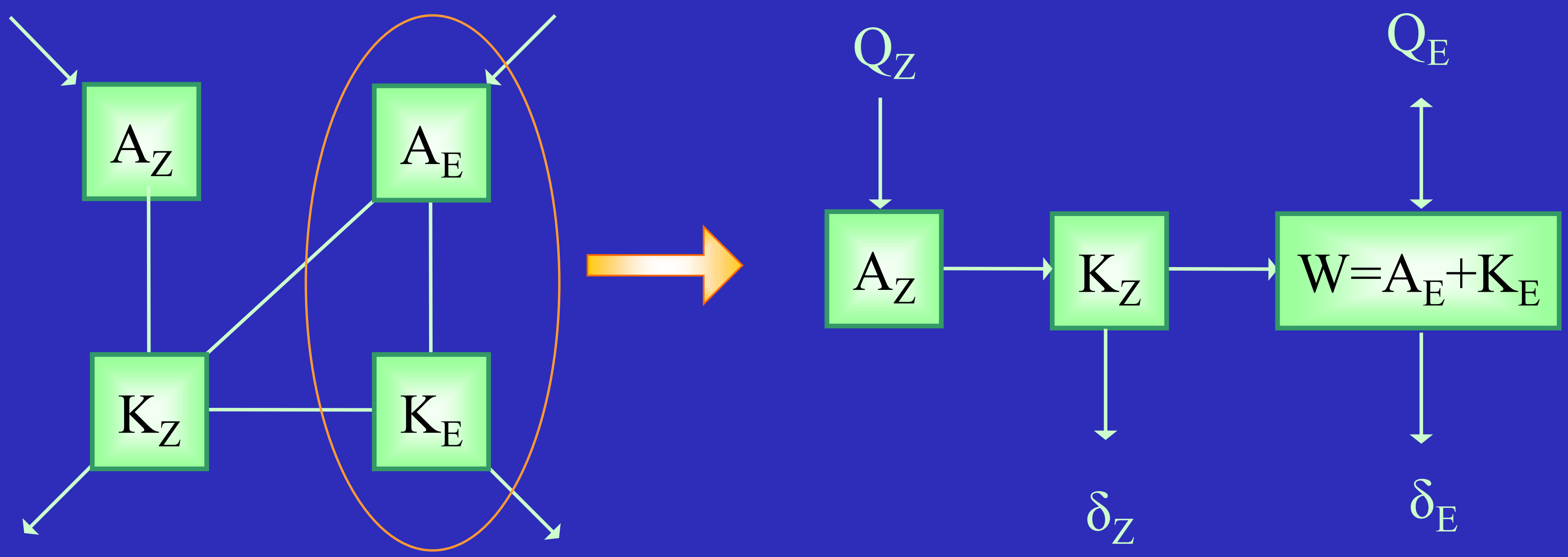
Lorenz(1955)



TEM system

Plumb(1983), Kanzawa(1984)

Energy Conversion Cycle in MIM

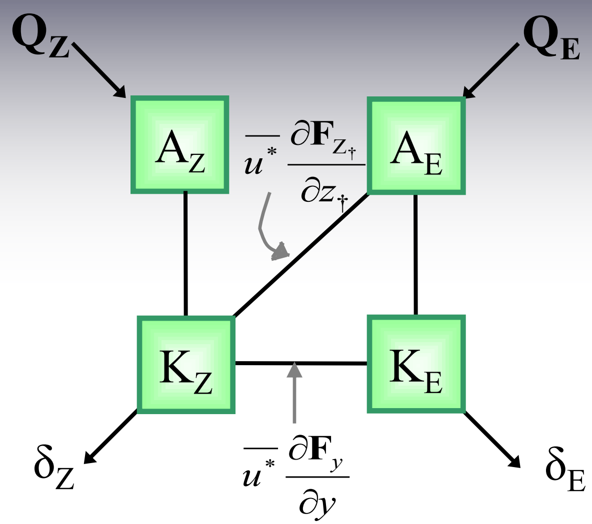


《A_EとK_Eをまとめて波動エネルギーWと考える理由》

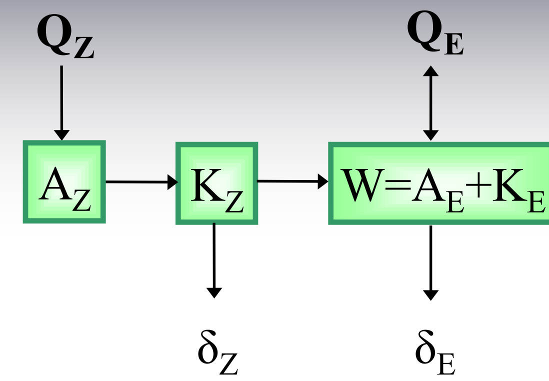
• $A_E \Leftrightarrow K_E$間の変換は相互に波動活動として不断に起きている。

• 分離した場合、EP fluxの屈折が$P_E \Rightarrow K_Z$、$K_Z \Rightarrow K_E$の２つのエネルギー変換にカウントされるため、波動の伝播という概念に適さない。

$p_\dagger$方程式系の説明 ～エネルギーサイクルの変形～



$A_E + K_E = W$



F : EP flux
（波動の運ぶ運動量）

$\nabla\cdot\mathbf{F}$: 波動の生成･消滅に伴う
平均東西風の加速･減速

$\overline{u^*}\nabla\cdot\mathbf{F}$: 波動平均流相互作用に伴う
平均エネルギーの変化
⇒ 波動エネルギーの生成･消滅

$$C(A_Z, K_Z) = -\left\langle \overline{v^*}\left(\frac{\partial \Phi_\dagger}{\partial y}\right)_{p_\dagger} \right\rangle$$

子午面流による変換

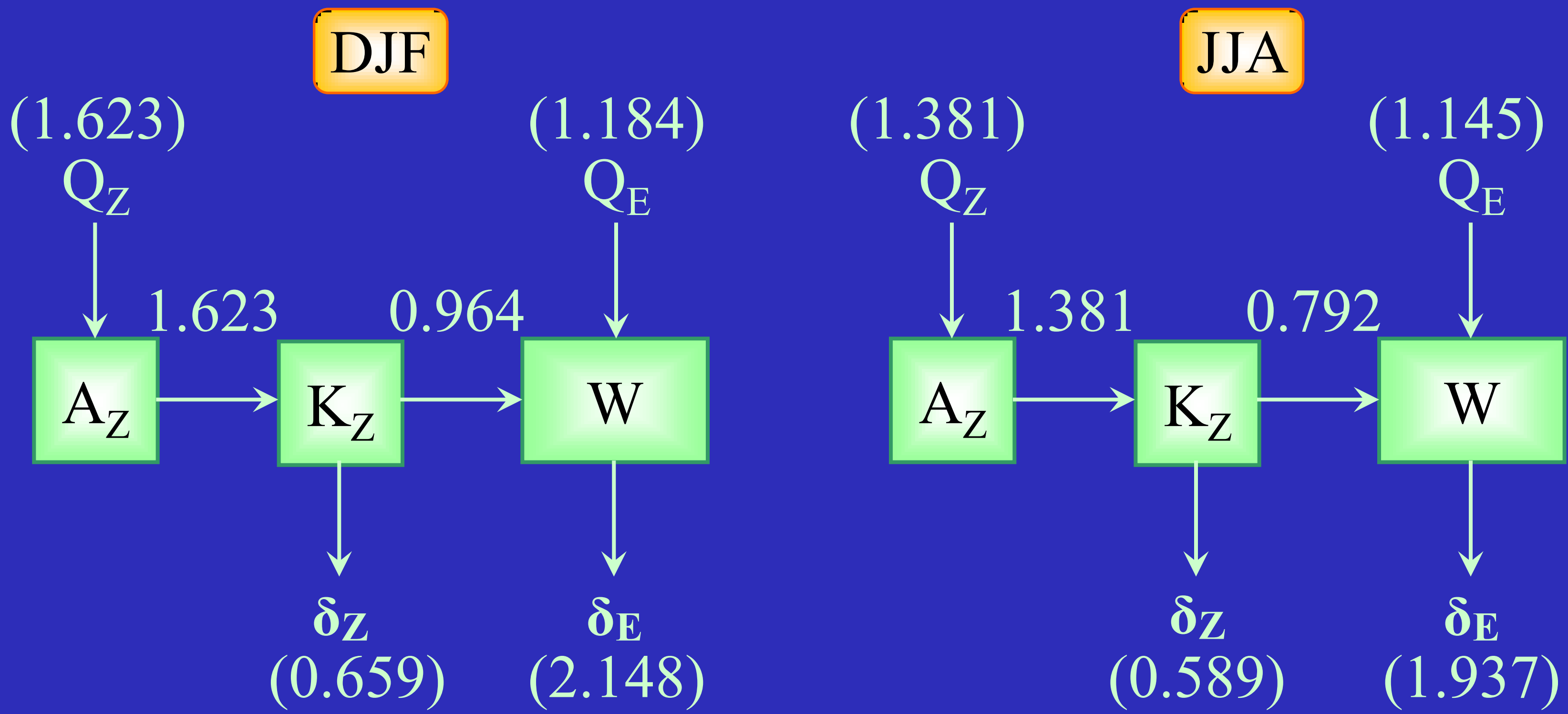
$$C(K_Z, W) = \boxed{-\left\langle \overline{u^*}\nabla\cdot\mathbf{F} \right\rangle} + \varepsilon$$

波動平均流相互作用

$$\varepsilon = \left\langle \overline{v^*}\left[\overline{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_p^*} - \left(\frac{\partial \Phi_\dagger}{\partial y}\right)_{p_\dagger}\right] \right\rangle + \cdots$$

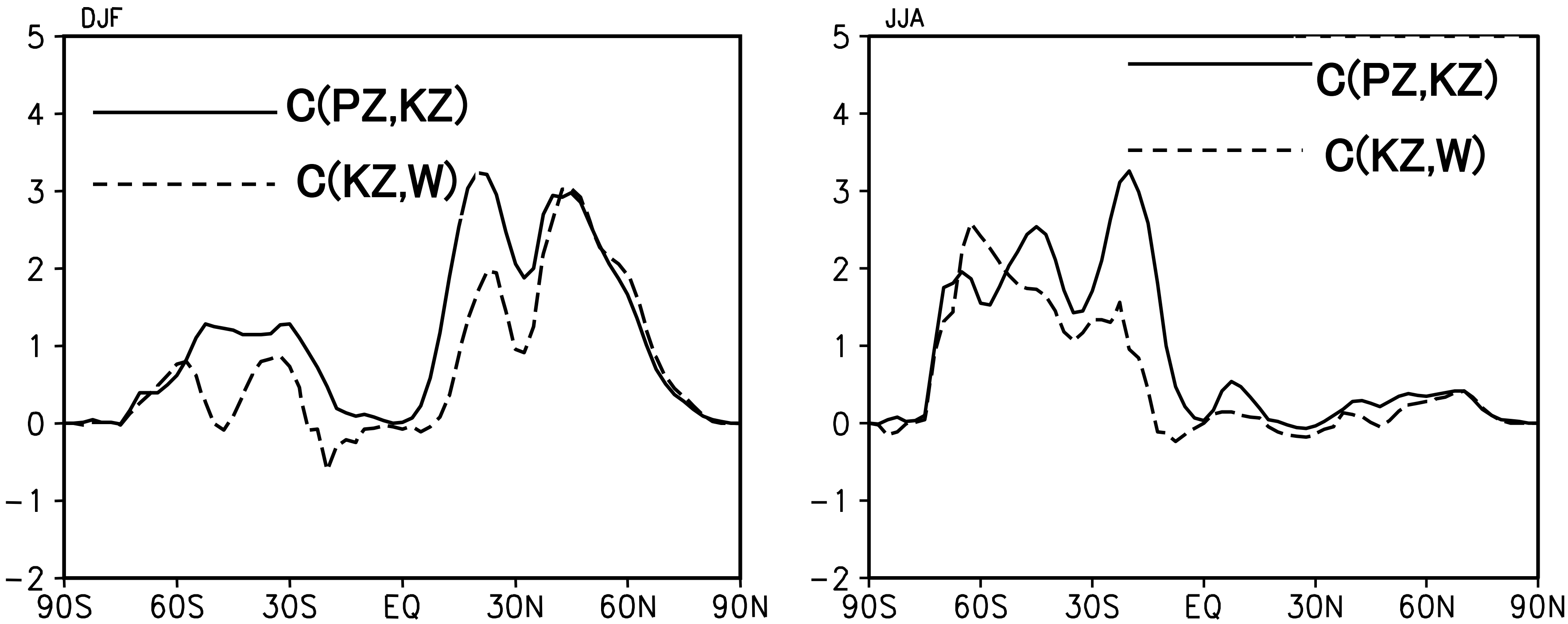
南北方向の渦による仕事

Globally averaged energy conversion rates [W/m^2]



1. 非断熱加熱によってA_Zが生成
2. 直接s子午面循環によってK_Zに変換
3. このK_Zのうち6割程度はWへ変換、残りの4割は摩擦により散逸
4. WはK_Zからの変換と東西方向に不均一な非断熱加熱により生成
5. 最終的に、Wは傾圧不安定波等の波動活動に伴う摩擦の影響で大きな散逸

Latitudinal distributions of C(PZ,KZ) v.s. C(KZ,W)



At low latitudes, C(KZ,W) is smaller than C(PZ,KZ).

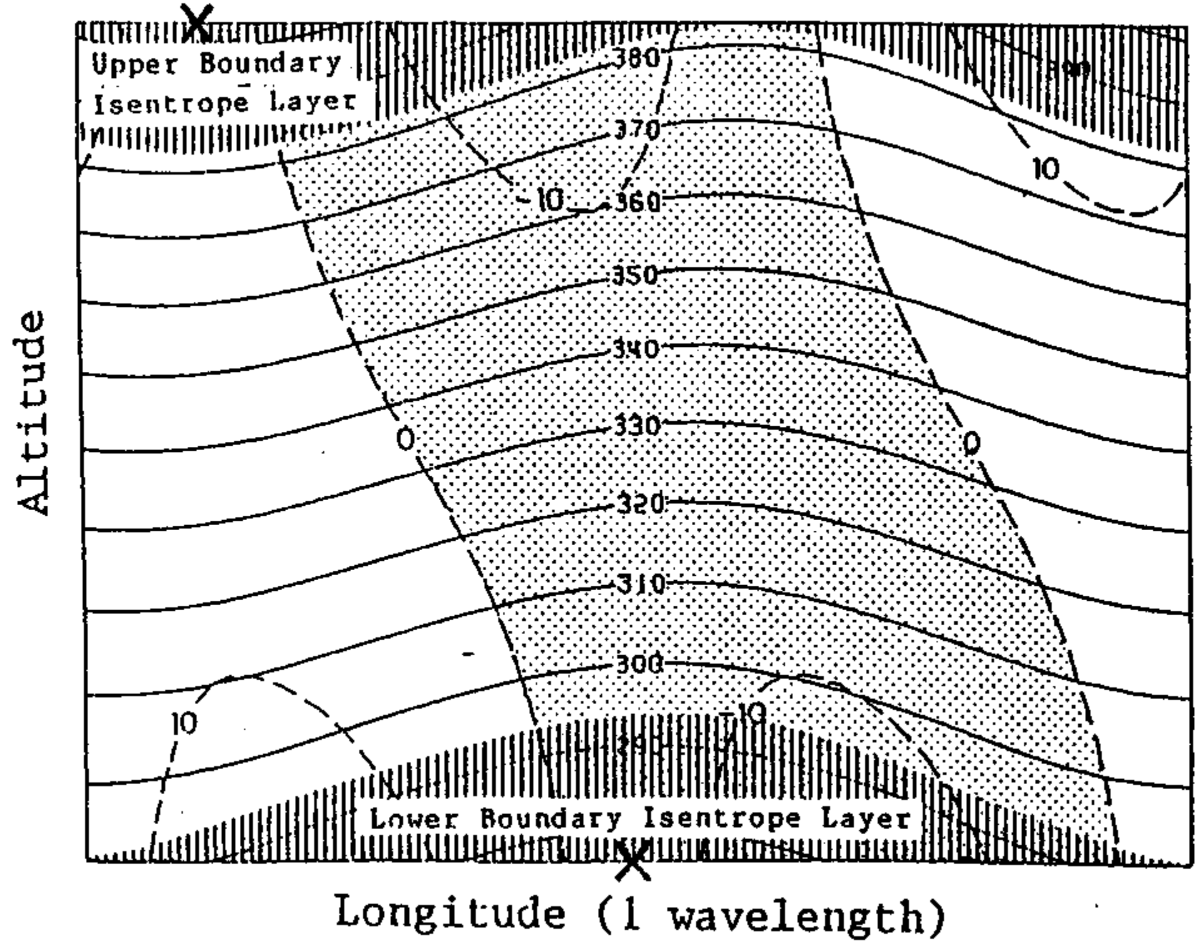
→ A part of KZ is dissipated in Hadley circulation.

At mid-latitudes, C(KZ,W) is almost equal to C(PZ,KZ).

$$C(\mathrm{P_Z}, \mathrm{K_Z}) = -\frac{\overline{v^*}}{a}\left(\frac{\partial \Phi_\dagger}{\partial \phi}\right)_{p_\dagger} \approx -\frac{\overline{u^*}}{a\rho_0 \cos\phi} \nabla \cdot \mathbf{F}$$

$$= C(\mathrm{K_Z}, \mathrm{W})$$

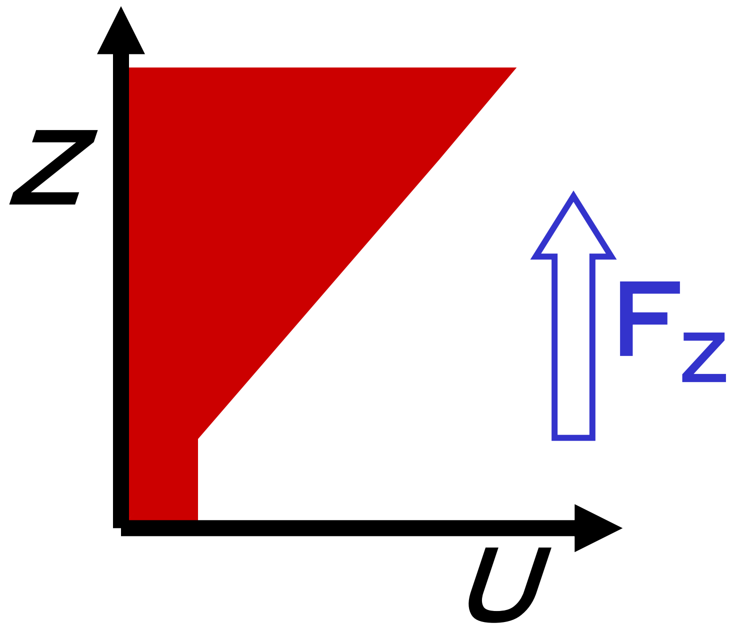
Longitudinal structure of linear Eady mode



傾圧不安定波動はE−Pフラックスが西向き運動量を上方に伝播する。

温位面が地面と交差するときに南北平均流が南向き(寒気の南下)となる

傾圧不安定(Eady Modeの場合)



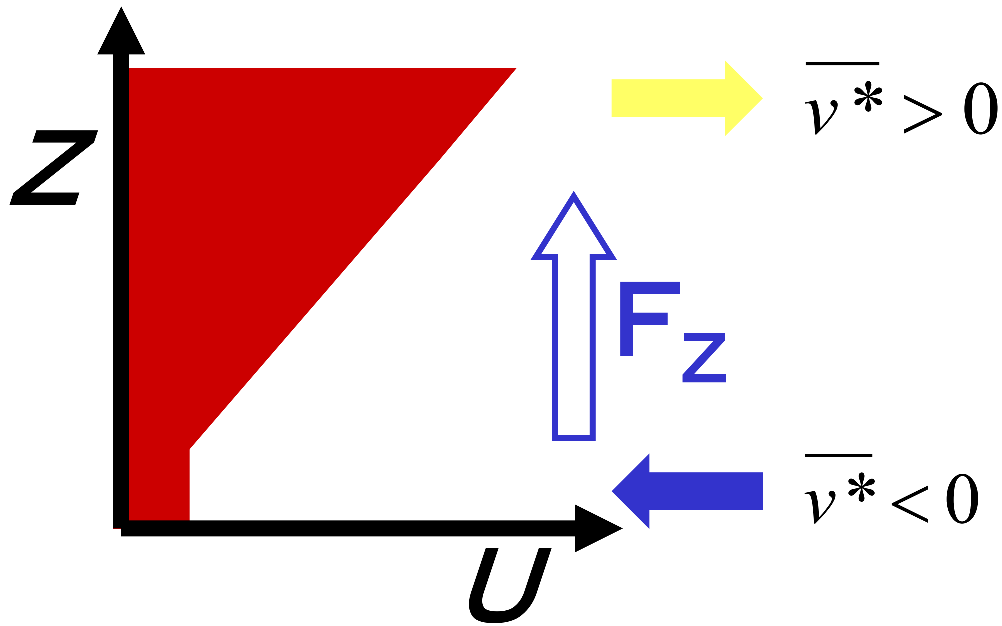
EP flux が西向き運動量を下端より上端へ運ぶ。

$\nabla \cdot \mathbf{F}$ により、下端で西風加速、上端で西風減速が起こる。

$C(K_Z, W) = -\left\langle \overline{u^*} \nabla \cdot \mathbf{F} \right\rangle$ **で、平均東西風の運動エネルギーが減少する。**

減少した平均東西風の運動エネルギーは波動エネルギーに変わる。

傾圧不安定(Eady Modeの場合)



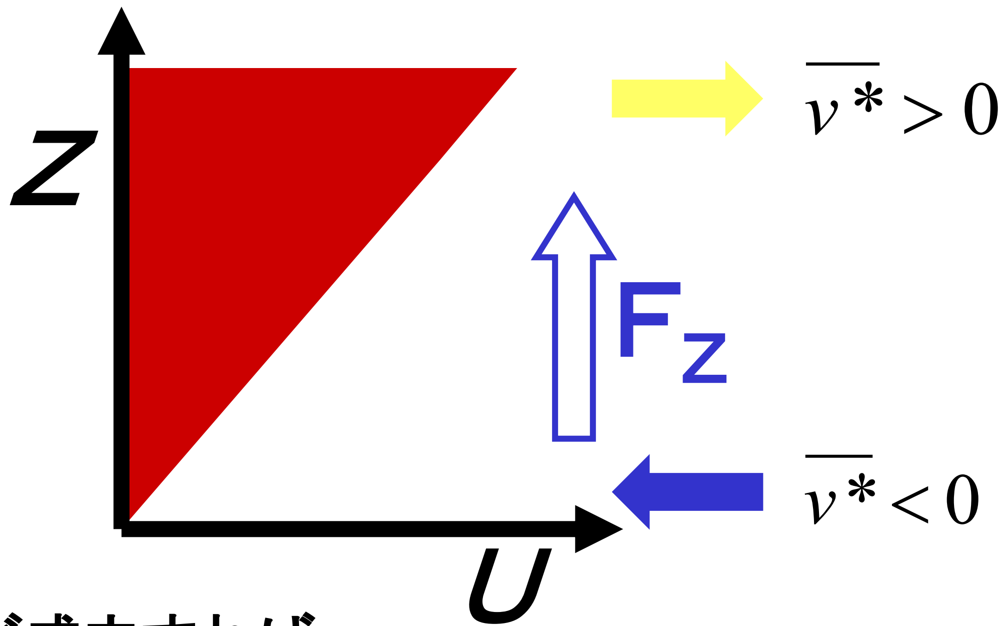
$\overline{v^*} \approx -\dfrac{\nabla \cdot \mathbf{F}}{f}$により、直接循環（上端で極向き、下端で赤道向き）を誘起。

コリオリ加速によって、西風が上端で加速、下端で減速する。

$$\mathrm{C}\left(\mathrm{A_Z}, \mathrm{K_Z}\right) = -\left\langle \overline{v^*}\left(\frac{\partial \Phi_\dagger}{\partial y}\right)_{p_\dagger} \right\rangle$$

直接循環により位置エネルギーが減少する。

傾圧不安定(Eady Modeの場合)



地衡風平衡が成立すれば

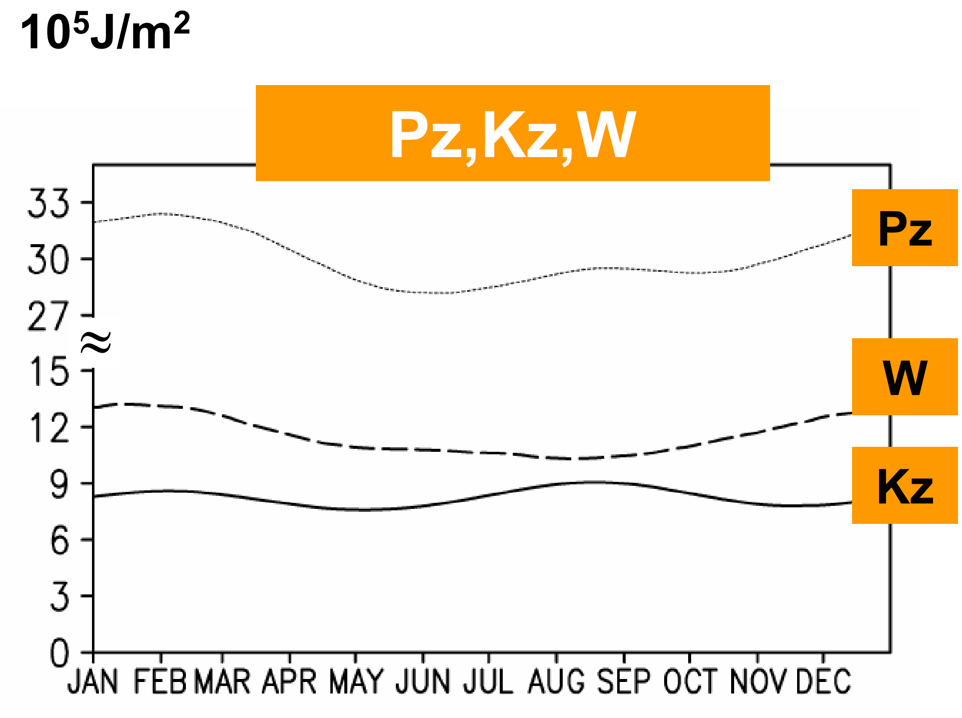
$$C(\mathrm{A_Z},\mathrm{K_Z}) = -\overline{v^*}\left(\frac{\partial\Phi_\dagger}{\partial y}\right)_{p_\dagger} \approx -\overline{u^*}\nabla\cdot\mathbf{F} = C(\mathrm{K_Z},\mathrm{W})$$

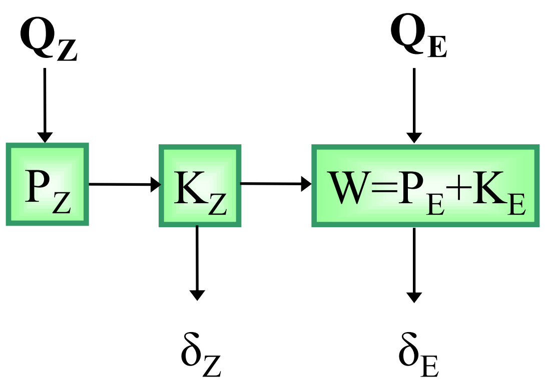
平均場の有効位置エネルギー$\mathrm{A_Z}$が

東西風の運動エネルギー$\mathrm{K_Z}$を介して

波動エネルギー（$\mathrm{W}=\mathrm{P_E}+\mathrm{K_E}$）に変換される。

Seasonality of energies, Pz, Kz and W.





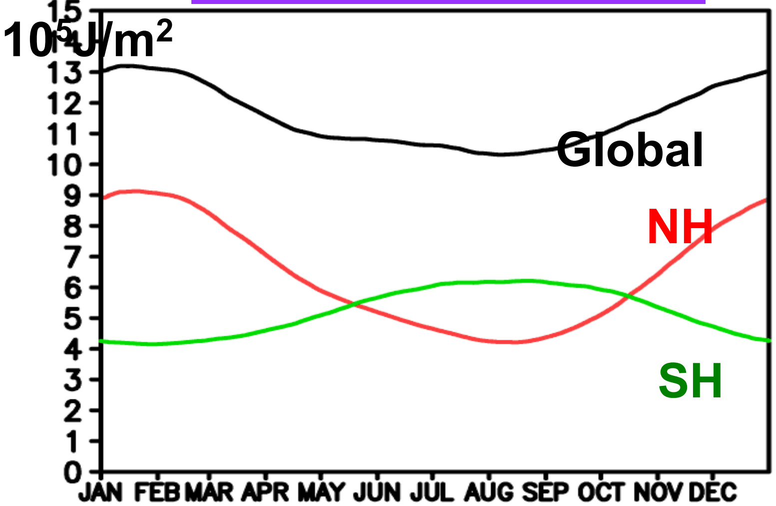
＊NCEP/NCAR (20years mean)

Why is wave energy maximal in the NH winter?

望月君:修論

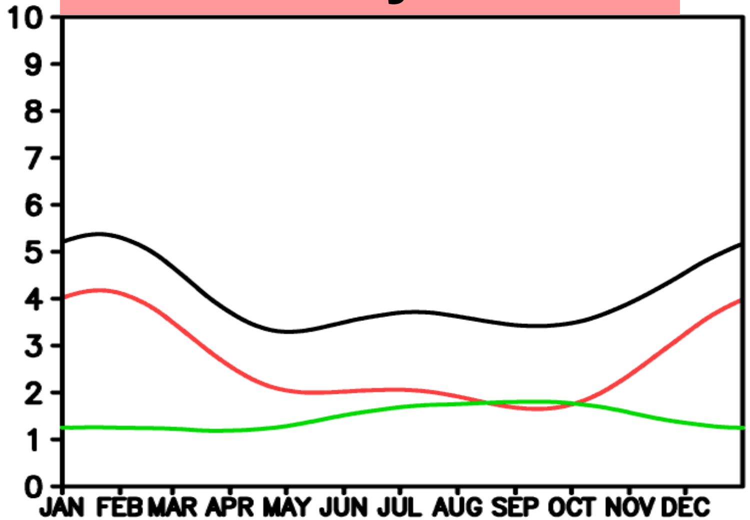
Seasonal variation of wave energy

W

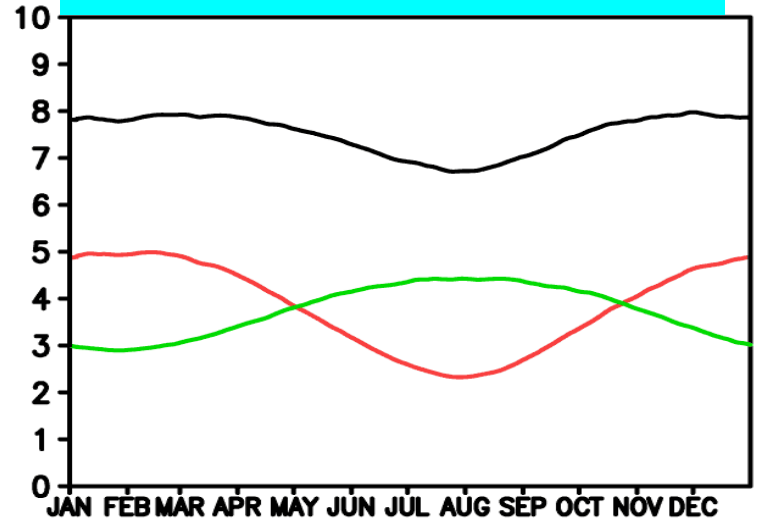


NH wave energy in the NH winter is 50% greater than in SH winter.

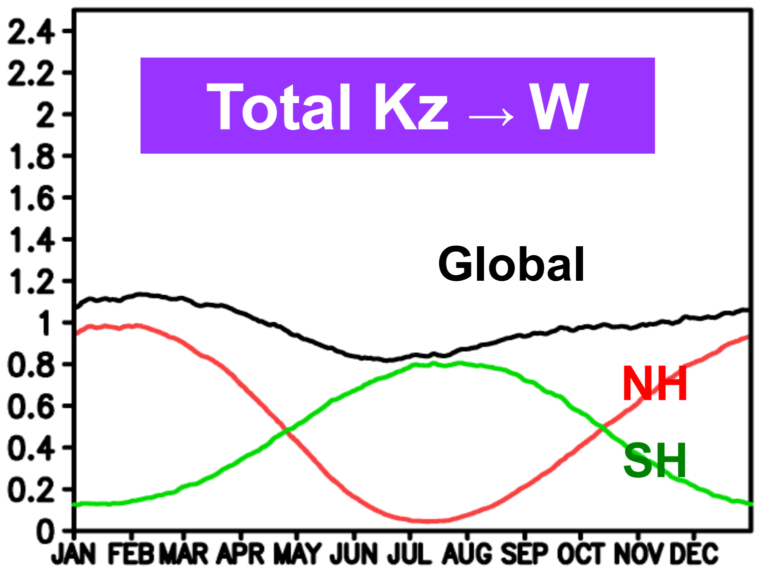
Stationary waves



Transient waves

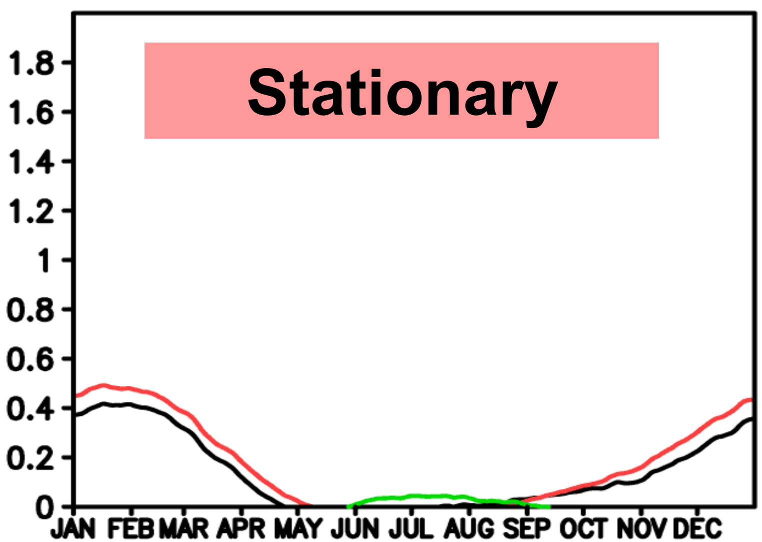


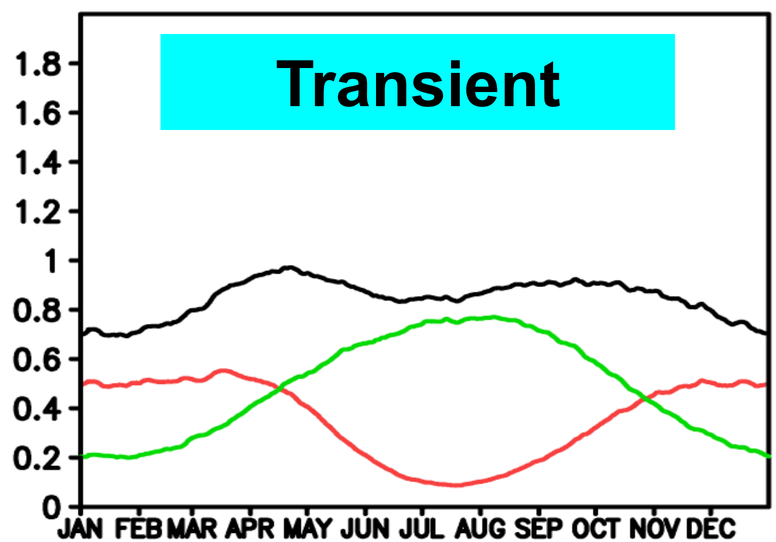
Dynamical Wave Energy Generation Rate (Kz-W) (W/m^2)



C(Kz,W)

- ■ Wave energy generation rate is 20% greater in NH winter than in SH winter.
- ■ St. waves are generated in NH winter only.
- ■ Tr. waves in SH winter are generated slightly greater than in NH winter.





局所的なエネルギー変換（帯状平均の場合）

帯状平均運動エネルギーが失われる場所と波動エネルギーの失われる場所は異なる。(Iwasaki & Kodama, 2011)

$$-\overline{u^*}\nabla\cdot\mathbf{F} = -\frac{\partial}{\partial y}\overline{u^*}F_y + \frac{\partial}{\partial z_\dagger}\frac{p}{g}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{z_\dagger} + F_y\frac{\partial \overline{u^*}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z_\dagger}\overline{\frac{p}{g}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{z_\dagger}} - \overline{u^*}\frac{\partial}{\partial z_\dagger}\overline{\frac{p}{g}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{z_\dagger}}$$

$$\approx -\frac{\partial}{\partial y}\overline{u^*}F_y + \frac{\partial}{\partial z_\dagger}\overline{\frac{p}{g}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{z_\dagger}} + F_y\frac{\partial \overline{u^*}}{\partial y} + \left(c_x - \overline{u^*}\right)\frac{\partial F_{z_\dagger}}{\partial z_\dagger}$$

失われる帯状平均運動エネルギーはガリレイ変換に対して不変ではないが、作られる波動エネルギーは不変である。

帯状平均に基づくエネルギー変換は、時間変化は分かるが、緯度高度分布しか特定できない（経度分布は分からない）。

ストームトラックを描くためには、3次元表示が必要。

４．エネルギー変換と傾圧不安定
3次元の場合の問題点

質量加重付時間平均

局所的なエネルギー変換（時間平均の場合）

$$C_{KW}(K) \equiv -\overline{u^*}\nabla \cdot \mathbf{F} - \overline{v^*}\nabla \cdot \mathbf{G}$$

$$= -\overline{u^*}\frac{\partial \overline{u'^{2*}}}{\partial x} - \overline{v^*}\frac{\partial \overline{v'^{2*}}}{\partial y} - \overline{\mathbf{v}^*}\cdot\nabla\overline{\left(\frac{p''}{g}\frac{\partial \Phi''}{\partial \theta}\right)} - \overline{u^*}\frac{\partial}{\partial y}\overline{(u'v')^*} - \overline{v^*}\frac{\partial}{\partial x}\overline{(u'v')^*} - \overline{\mathbf{v}^*}\cdot\frac{\partial}{\partial z_\dagger}\overline{\frac{p''}{g}\nabla\Phi''}$$

$$C_{KW}(W) \equiv -\overline{u'^{2*}}\frac{\partial \overline{u^*}}{\partial x} - \overline{v'^{2*}}\frac{\partial \overline{v^*}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial t}\overline{\left(\frac{p''}{g}\frac{\partial \Phi''}{\partial \theta}\right)} - \overline{\mathbf{v}^*}\cdot\nabla\overline{\left(\frac{p''}{g}\frac{\partial \Phi''}{\partial \theta}\right)} - \overline{(u'v')^*}\nabla\cdot\sigma\overline{\mathbf{v}^*}$$

$$C_{KW}(W) - \frac{\partial}{\partial z_\dagger}\overline{\frac{p''}{g}\frac{\partial \Phi''}{\partial t}} - \overline{\mathbf{v}^*}\cdot\frac{\partial}{\partial z_\dagger}\overline{\frac{p''}{g}\nabla\Phi''}$$

ストームトラックにおけるエネルギー変換（K→W）を評価）