

MIM系とTEM系における 波の伝播を記述する 3次元波活動度fluxについて

木下 武也

国立研究開発法人 情報通信研究機構

統合データシステム研究開発室

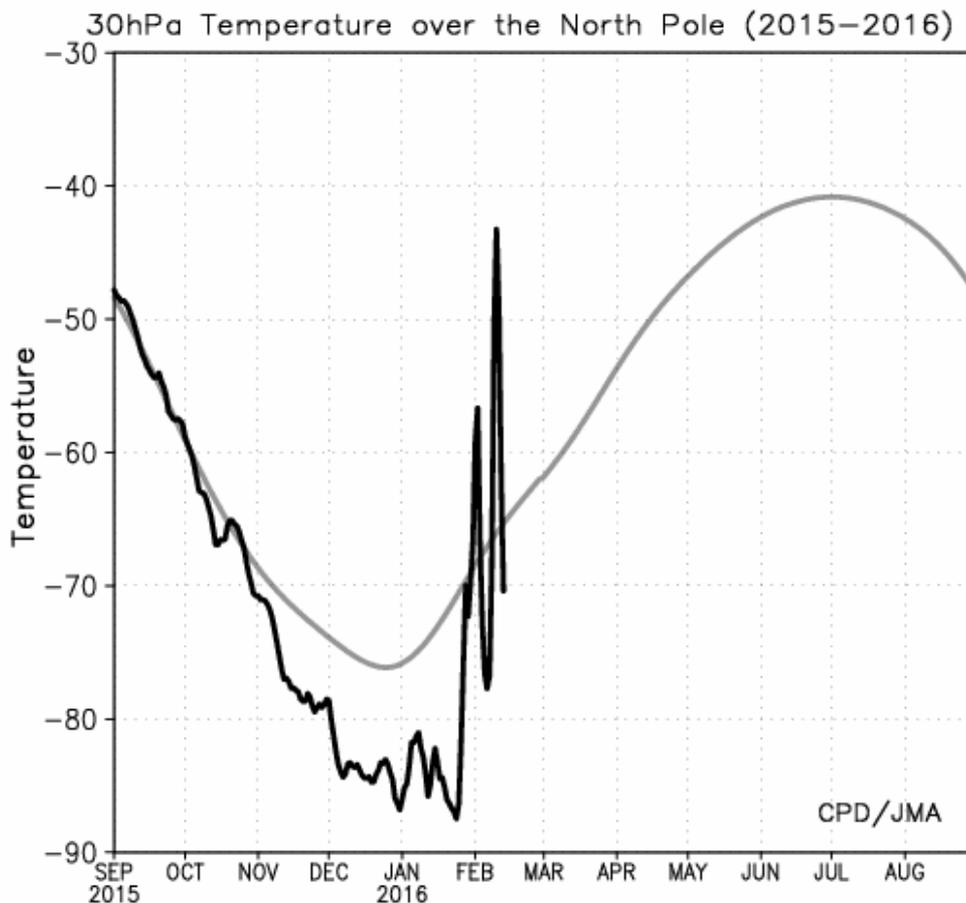


0011:0010

発表の前に

Field: ● Northern Hemisphere ○ Southern Hemisphere

Element: 30-hPa temperature over the North/South pole



Time-series representation of temperatures at the 30-hPa level over the North Pole

The black line shows daily temperatures, and the gray line indicates the normal (i.e., the 1981 - 2010 average).

図1：30hPaの北極点における温度変化。気象庁HPより引用。

0011

背景：波と平均流の相互作用 を記述する理論

- 変形オイラー平均 (TEM) 系
 - 気圧 (ログp/ハイト) 座標系なため解析に用いやすい
 - 3次元化がほぼ完了
- 温位座標における質量重みつき東西平均 (MIM) 系
 - 温位座標であるため、座標変換する必要がある
 - 3次元化は進められているが未完成
 - 境界層や不安定波に伴う物質輸送も記述できる

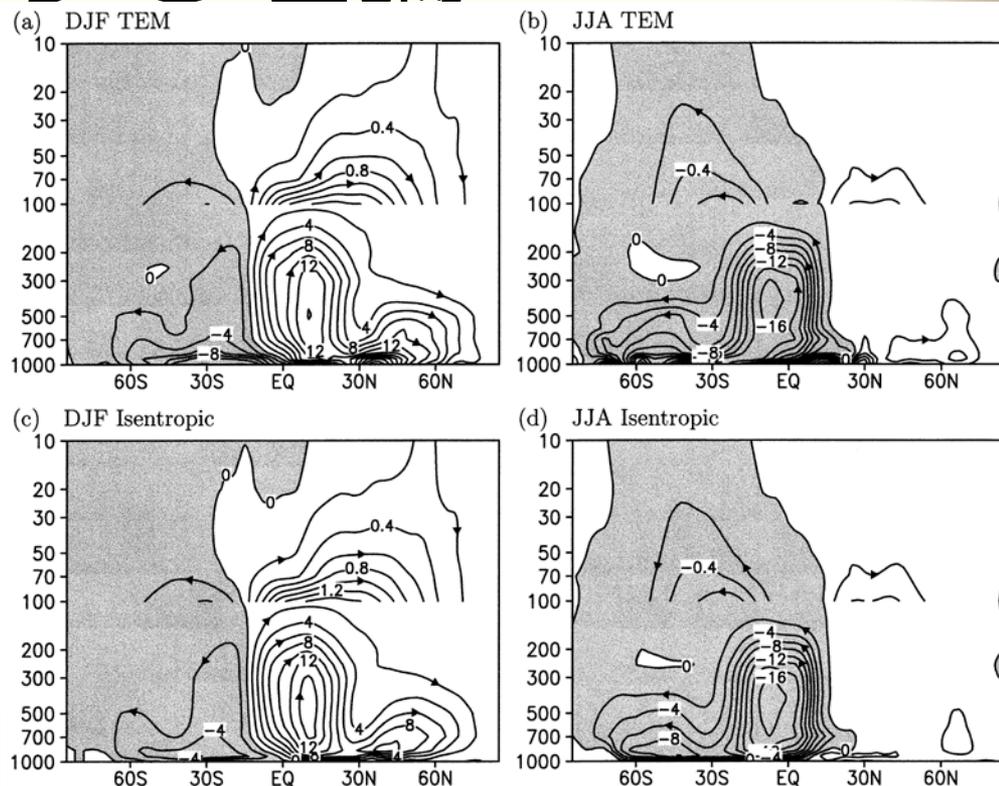


FIG. 1. (a), (b) Mass streamfunction of the TEM and (c), (d) isentropic diagnoses averaging over (left) DJF and (right) JJA, 1990–2001. Vertical and horizontal axes are logarithmic pressure (hPa) height and latitude, respectively. (Units: 10^{10} kg s $^{-1}$ and contour intervals are 2×10^{10} kg s $^{-1}$ below 100 hPa and 0.2×10^{10} kg s $^{-1}$ above 100 hPa.) Negative values are shaded.

Tanaka et al. (2004)

- (a), (b) はTEM系の質量流線関数
- (c), (d) はMIM系の質量流線関数

研究目的

0011

- 波活動度fluxに焦点をあてMIM系を3次元化
 - MIM系における擾乱に対する方程式系からロスビー波と重力波両者に適用可能な統一分散関係式を導出
 - 分散関係式から群速度を計算し、それに対応する3次元波活動度fluxを導出
 - MIM系とTEM系の3次元波活動度fluxを比較

結果：

温位座標における方程式系

$$D u - f v + M_x = X - Q u_\theta,$$

$$D v + f u + M_y = Y - Q v_\theta,$$

$$\sigma_t + (\sigma u)_x + (\sigma v)_y = -(\sigma Q)_\theta,$$

$$M_\theta = \Pi(p) \equiv C_p (p/p_s)^\kappa = C_p e^{-\kappa z/H},$$

$$\sigma \equiv -g^{-1} p_\theta.$$

$$\left(\bar{D} = \partial_t + u \partial_x + v \partial_y \right)$$

擾乱として扱う変数の候補

(u, v, Q, M, p, σ)

課題

どのような仮定を置くことで、使用する変数を制限し、かつログ p 座標系と対応可能な擾乱に対する方程式ができるか？

結果3：

MIM系における擾乱の方程式系

- 方程式系から質量重みつき平均した式系を引くことで、擾乱の方程式を得る
 - 以下の式では全て擾乱成分を'を用いて表現しているが、厳密には p と M は質量重みつき時間平均からの偏差ではなく、時間平均からの偏差である。しかし両者の差は偏差の2次量であるため無視できると仮定する
 - また、 $\dot{\theta}' = Q' = 0$ を仮定し、 $\sigma = -p_{\theta}/g$ の p を変数として用いる

MIM系における擾乱の方程式系2

0011

- 前述の仮定を用いると、

$$D^* u' - f v' + M'_x = 0, (1)$$

$$D^* v' + f u' + M'_y = 0, (2)$$

$$D^* p'_\theta + \bar{p}_\theta (u'_x + v'_y) = 0, (3)$$

$$M'_\theta = \frac{R}{\kappa} \left[\left(\frac{p}{p_s} \right)^\kappa \right]' = \frac{R \bar{p}^{\kappa-1}}{p_s^\kappa} p', (4)$$

$$D^* \equiv \partial_t + \bar{u}^* \partial_x + \bar{v}^* \partial_y. (5)$$

- 任意の擾乱を以下の波型とすると

$$a' = A(y) \exp(ikx + im\theta - i\omega t). (6)$$

MIM系における擾乱の方程式系3

- 分散関係式をKinoshita and Sato (2013b) と同様の手法で得る式(1), (2) から、

$$(\hat{\omega}^2 - f^2)\hat{v} + i\hat{\omega} \hat{M}_y + ikf\hat{M} = 0. (7)$$

続いて、式(1), (3), (4)から、

$$\hat{\omega}\hat{v}_y - fk\hat{v} + i\left(k^2 - \frac{\hat{\omega}^2 m^2}{N^2(\theta)}\right)M' = 0, (8)$$

$$N^2(\theta) \equiv -\frac{R\bar{p}^{\kappa-1}}{p_s^\kappa} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta}. (9)$$

式(7)に式(8)と(8)のy微分を代入することで

$$\frac{d^2 \hat{v}}{dy^2} + \left\{ (\hat{\omega}^2 - f^2) \frac{m^2}{N^2(\theta)} - k^2 - \frac{kf_y}{\hat{\omega}} \right\} \hat{v} = 0. (10)$$

を得る。 $\hat{v} = v_0 \exp(i ly)$ と置くことで分散関係式

$$k^2 + l^2 - (\hat{\omega}^2 - f^2) \frac{m^2}{N^2(\theta)} + \frac{kf_y}{\hat{\omega}} = 0. (11)$$

が得られる。

定式化：波の伝播を記述する3次元波活動度flux

統一分散関係式

$$k^2 + l^2 - (\hat{\omega}^2 - f^2) \frac{m^2}{N^2(\theta)} + \frac{k f_y}{\hat{\omega}} = 0$$

分散関係式から
群速度を計算

波の伝播を記述する3次元波活動度flux

$$F_1 = \bar{\sigma} \overline{u'^2}^* + \frac{p' \partial M'^*}{g \partial \theta} - E$$

$$F_2 = \bar{\sigma} \overline{u'v'}^*$$

$$F_3 = -\frac{p' \partial M'^*}{g \partial x}$$

$$E \equiv \frac{\bar{\sigma}}{2} \left(\overline{u'^2}^* + \overline{v'^2}^* + \frac{M'_{\theta}{}^2}{N^2(\theta)} \right)$$

$$\hat{C}_{(gx)} = \frac{2k + \hat{\omega}^{-1} f_y}{\frac{2\hat{\omega}^2 m^2}{N^2(\theta)} + \frac{k f_y}{\hat{\omega}^2}}$$

$$\hat{C}_{(gy)} = \frac{2l}{\frac{2\hat{\omega}^2 m^2}{N^2(\theta)} + \frac{k f_y}{\hat{\omega}^2}}$$

$$\frac{p' \partial M'^*}{g \partial \theta} - E = \bar{\sigma} \frac{M'_{\theta}{}^2}{N^2(\theta)} - E = -\bar{S} \quad (f^2)$$

$$\bar{S} \equiv \frac{\bar{\sigma}}{2} \left(\overline{u'^2}^* + \overline{v'^2}^* - \frac{M'_{\theta}{}^2}{N^2(\theta)} \right)$$

群速度×擬運動量の積に一致する3次元波活動度fluxを計算

解析：TEMとMIM系を比較

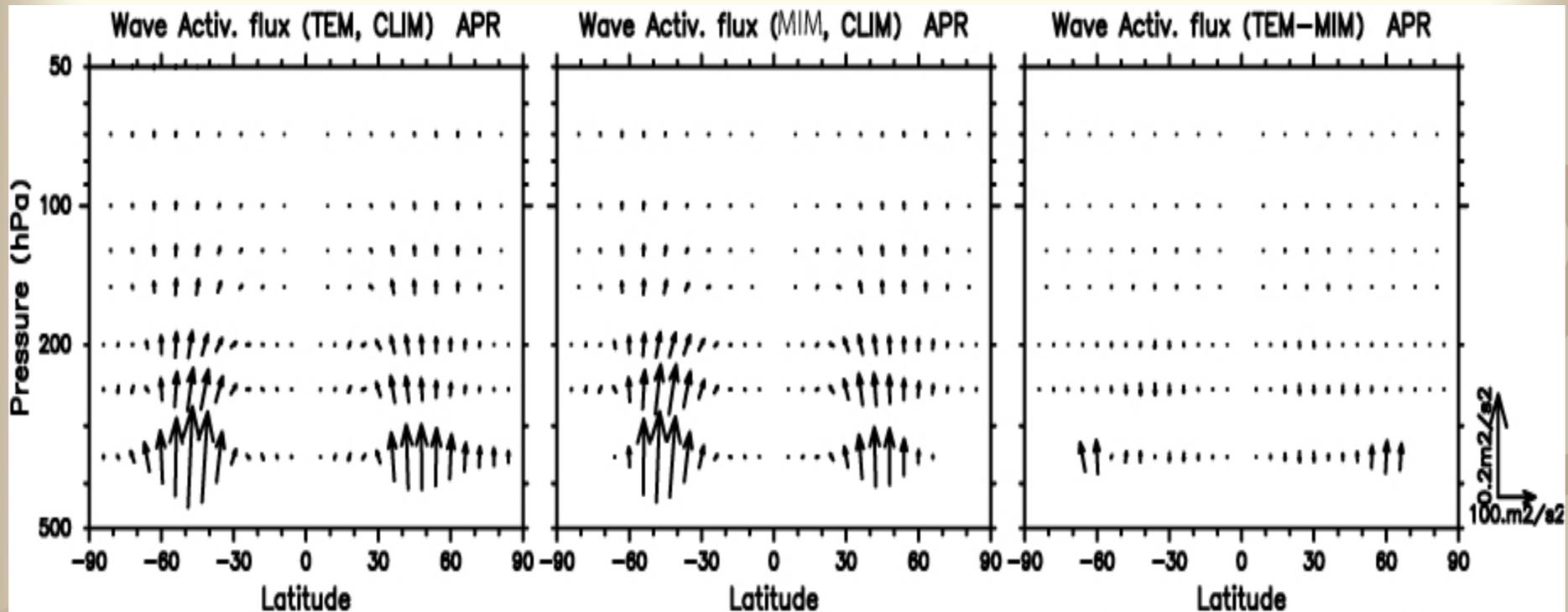
0011

- 使用データ：ERA-Interim
- 期間：1990～2008年4月
- 時間平均：60日のローパスフィルタ
- 擾乱：平均からのずれ



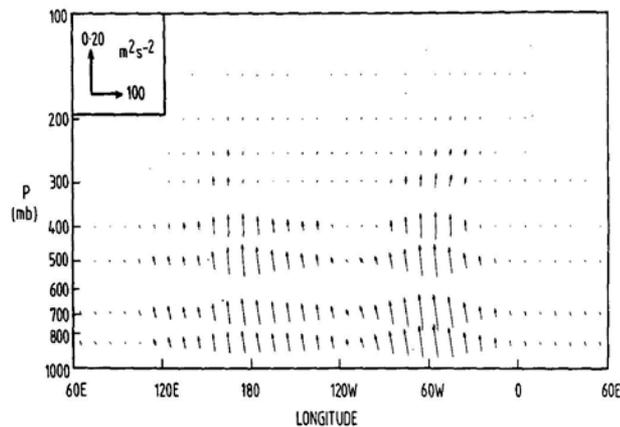
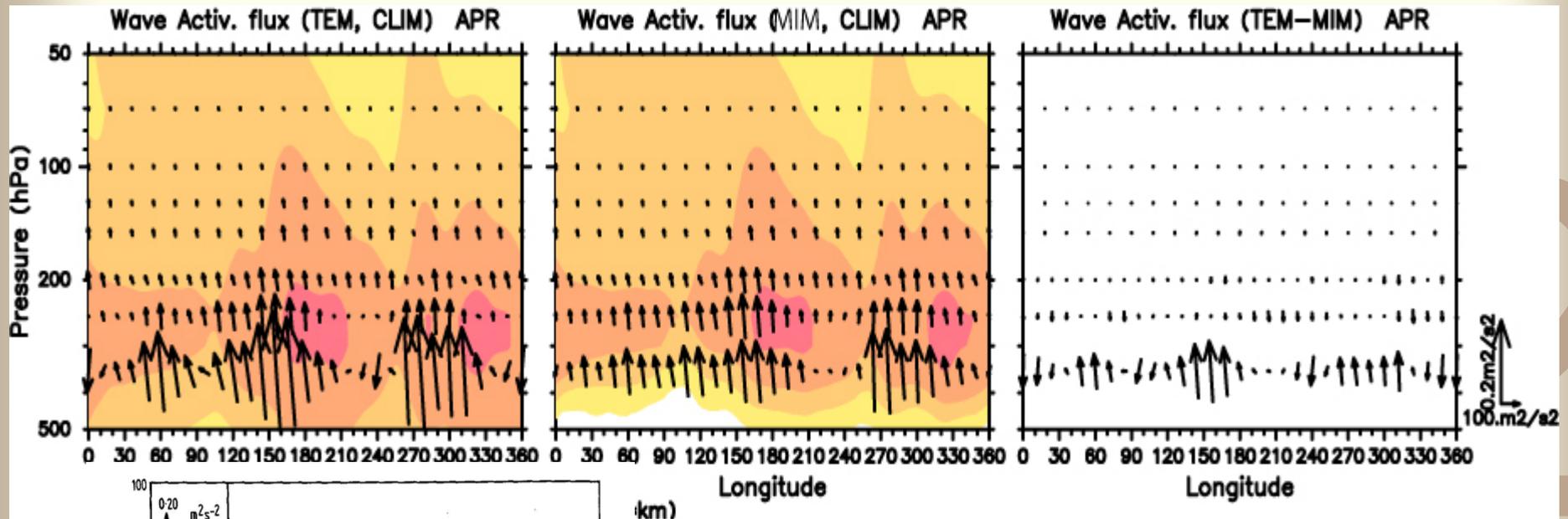
MIM系(左) とTEM (右)の 3次元波活動度flux (緯度高度断面)

0011



MIM系(左) とTEM (右)の 3次元波活動度flux (経度高度断面)

0011



Plumb (1986)
北緯45度、冬季

45

まとめと今後の課題

• まとめ

- 温位座標系において統一分散関係式を導出し、それをもとに波の伝播を記述する3次元波活動度fluxを導出
- 3次元TEM系のfluxと比較した結果、良い対応を示すことを確認
- ストームトラックの前面においてはTEM系の方が大きくなっている

• 今後の課題

- 理論的にMIM系のfluxとTEM系のfluxの関係を調べる(不安定波に対応する部分の洗い出しなど)
- 波と平均流の相互作用を記述するflux、3次元残差流についても対応関係を調べ、解析手法の確立を目指す

擬運動量の別表記について (Aiki et al. 2015を参考に)

- 擾乱の方程式において
 - $\partial(\text{南北方向の運動方程式})/\partial x - \partial(\text{東西方向の運動方程式})/\partial y$ に、連続の式、静水圧平衡の式を組み合わせる(渦位式を得る)と、

$$\bar{D}^* \left(v'_x - u'_y + \frac{f}{N^2_{(\theta)}} M'_{\theta\theta} \right) + f_y v' = 0.$$

- $q' \equiv v'_x - u'_y + \frac{f}{N^2_{(\theta)}} M'_{\theta\theta}$ とおくと、擬運動量は以下となる。

$$W' \equiv \frac{E'}{\hat{C}_{(x)}} = \frac{\overline{u'_\theta M'_\theta}}{N^2_{(\theta)}} - \frac{1}{2} \frac{\overline{q'^2}}{f_y} - \frac{\overline{u' q'}}{2f}$$



全ての波の伝播が計算可能となった！！
(スナップショットに関しては注意が必要)

今後解析する上での疑問点

0011

- 温位面がたっている (気圧面に垂直) 状態におけるMIM系の取り扱いは？
- MIM系における質量重みつき平均速度、TEM系の残差流の違いはAiki et al. (2015) で説明済？

