

特定温位面以下の寒気解析ツールに関するノート

菅野 湧貴*

2014 年 5 月 1 日 作成

2014 年 5 月 8 日 修正

1 はじめに

このドキュメントは Iwasaki et al.(2014) で導入された特定温位面以下の寒気解析法の数式、プログラムを整理したものである。ソースコードを読むうえで参考になる情報を示す。

2 寒気 of 定義 ~ MIM から寒気まで ~

本研究での寒気 of 定義は、温位面での質量重み付き帯状平均 (Mass-weighted isentropic zonal means: MIM) 子午面循環の研究に基づいている。この節では、MIM の研究から寒気 of 定義までを簡単に紹介する。

MIM は Iwasaki (1989) で導入された大気大循環の診断法である。MIM は波動平均流相互作用に基づいた大気大循環の解析を可能にし、下部境界を正確に扱うことができる。MIM の詳しい説明は他の文献 (岩崎, 2009; 小玉, 2009) に譲るとして、ここでは寒気流出に関係する熱の子午面輸送を考える。MIM では、温位面に沿って東西平均をとり、質量重みを付ける。

$$\overline{A^*} \equiv A \frac{\partial p}{\partial p_{\dagger}} \quad (2.1)$$

ここで、 $\overline{}$ と $*$ はそれぞれ温位面上での東西平均、質量加重を表す。鉛直座標には、温位面上で帯状平均した気圧 $p_{\dagger} (\equiv \bar{p})$ を用いる。MIM の熱力学方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\overline{v^*}}{a} \frac{\partial \theta}{\partial \phi} - \overline{w_{\dagger}^*} \frac{\partial \theta}{\partial z_{\dagger}} + \left(\frac{Q}{\Pi} \right)^* \quad (2.2)$$

と書ける。ここで、 Q 、 Π はそれぞれ外部加熱、エクスター関数を表す。また、 $z_{\dagger} = -H \log (p_{\dagger}/p_0)$ である。温位の帯状平均値の変化は渦輸送の項を含まずに、平均子午面循環と非断熱加熱のみで記述することができる。

* 東北大学大学院理学研究科 地球物理学専攻

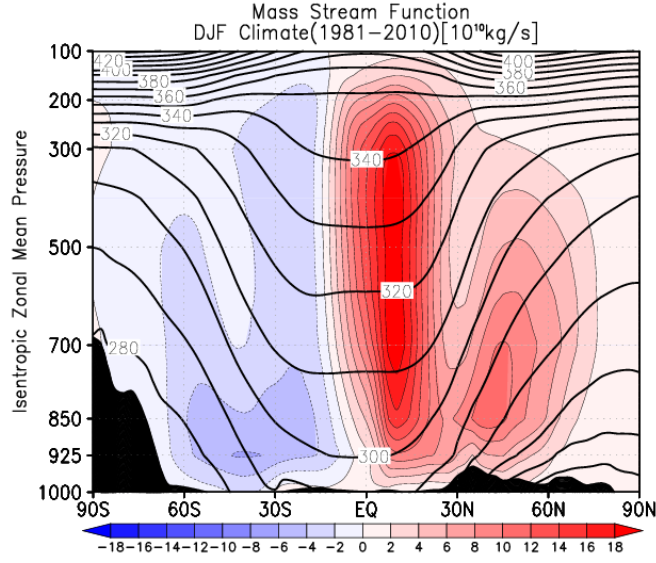


図1 MIMの質量流線関数と温位（12 - 2月の気候値）。質量流線関数（シェード）は暖色系が時計回り、寒色系が反時計回りの循環を表す。温位は10K間隔。帯状平均の地形を黒く塗りつぶしている。

MIMの質量流線関数 $\chi(\phi, p_{\dagger})$ は、

$$\begin{aligned}\chi(\phi, p_{\dagger}) &\equiv \frac{2\pi a \cos \phi}{g} \int_0^{p_{\dagger}} \bar{v}^* dp_{\dagger} \\ &= -\frac{a \cos \phi}{g} \int_0^{2\pi} \int_{\theta(\phi, p_{\dagger})}^{\infty} v \frac{\partial p}{\partial \theta} d\theta d\lambda\end{aligned}\quad (2.3)$$

である。質量流線関数 $\chi(\phi, p_{\dagger})$ は(2.3)のように温位面上で平均した気圧 p_{\dagger} よりも上の全北向き質量フラックスで定義されるが、これは温位 $\theta(\phi, p_{\dagger})$ よりも下の全赤道向き質量フラックスとほぼ等しい (Iwasaki and Mochizuki, 2012)。

$$\begin{aligned}\chi(\phi, p_{\dagger}) &\approx -\frac{2\pi a \cos \phi}{g} \int_{p_{\dagger}}^{p_s} \bar{v}^* dp_{\dagger} \\ &= \frac{a \cos \phi}{g} \int_0^{2\pi} \int_{\theta_s}^{\theta(\phi, p_{\dagger})} v \frac{\partial p}{\partial \theta} d\theta d\lambda\end{aligned}\quad (2.4)$$

MIMの平均子午面循環（図1）からわかるように、冬半球の中緯度には直接循環が存在し、中緯度の対流圏下層では冷たい空気が高緯度から中緯度へ輸送されている。質量輸送の向きが下向きから赤道向きに変わる緯度は45N付近である。熱力学的には、45N以北で断熱加熱になるのに対して、45N以南では移流による冷却が卓越し、それぞれ非断熱冷却・加熱と釣り合っている。中高緯度直接循環の下層にある帯状平均の寒気流出は p_{\dagger} 座標系で850hPaよりも下層に限定されている。よって(45N, 850hPa)での温位を寒気のしきい値（特定温位 θ_T ）として、温位が特定温位よりも低い空気塊を寒気と見なす (Iwasaki et al., 2014)。

また、気候学的にはこの帯状平均の寒気流は E-P フラックスの発散とバランスしている。

$$f\overline{v^*} \approx -\frac{\nabla \cdot \mathbf{F}}{a\rho_0 \cos \phi} \quad (2.5)$$

3 寒気質量 (Polar cold air mass)

前節で述べた通り、寒気は特定温位 θ_T よりも温位の低い大気と定義する。Iwasaki et al. (2014) では、(45N,850hPa) の温位 280K を特定温位として冬季北半球の寒気を解析している。寒気質量 DP は地表と特定温位との気圧差で与えられる。

$$DP \equiv p_s - p(\theta_T) \quad (3.1)$$

寒気質量フラックス MF は水平風を地表から特定温位面まで鉛直に積分したものである。

$$MF \equiv \int_{p(\theta_T)}^{p_s} \mathbf{v} dp = \int_{\theta_s}^{\theta_T} \mathbf{v} \frac{\partial p}{\partial \theta} d\theta \quad (3.2)$$

この、 v 成分は (2.4) の積分核と一致することに注意 (すなわち、(3.2) を東西に積分すれば質量流線関数となる)。寒気質量の保存則は温位座標における連続の式から導出される。温位座標での連続の式は (Holton, 2004 参照)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \mathbf{v} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) = 0 \quad (3.3)$$

(3.3) 式を地表から特定温位面まで鉛直に積分することで、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\theta_s}^{\theta_T} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \right) d\theta + \nabla \cdot \int_{\theta_s}^{\theta_T} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \mathbf{v} \right) d\theta + \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{\theta_s}^{\theta_T} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) d\theta = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} DP = -\nabla \cdot \int_{p(\theta_T)}^{p_s} \mathbf{v} dp + G(\theta_T) \end{aligned} \quad (3.4)$$

つまり、局所的な寒気質量の時間変化は、水平寒気質量フラックスの収束・発散と特定温位面を横切る鉛直質量フラックスで表される。右辺第 2 項の特定温位面を横切る鉛直質量フラックスは寒気の生成消滅率を表す。

$$G(\theta_T) \equiv \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} \right|_{\theta_T} \quad (3.5)$$

寒気質量の生成・消滅に断熱運動は寄与しない。

長時間平均をすると、(3.4) は寒気質量フラックスの収束/発散と寒気質量の非断熱変化の釣り合いとなる。

$$\nabla \cdot \left[\int_{p(\theta_T)}^{p_s} \mathbf{v} dp \right] \approx \left[G(\theta_T) \right] \quad (3.6)$$

なお、 $G(\theta_T)$ は非断熱加熱より直接求められるが、プログラム内では寒気質量及び寒気質量フラックスから、寒気生成率は (3.4) の残差として求めている。

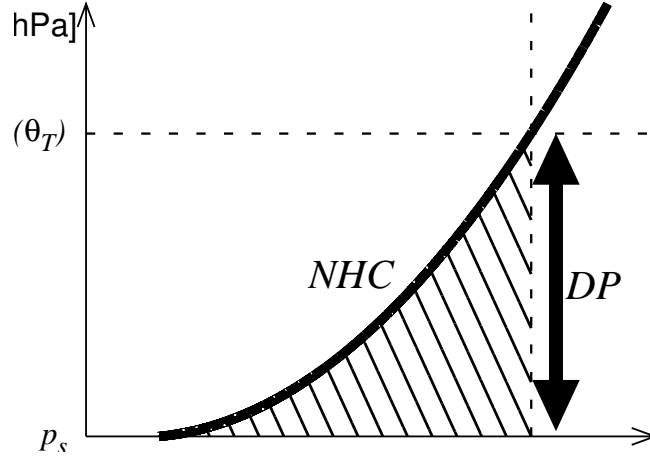


図 2 寒気質量と寒気容量の模式図。寒気質量は図の矢印で、寒気容量は図の斜線部の面積である。Iwasaki et al. (2014) の Fig. 1 を引用。

4 寒気容量 (Negative Heat Content: NHC)

寒気質量は寒気の量を表すだけで、その冷たさに関する情報は持たない。寒気容量 (Negative Heat Content : NHC) は寒気質量の冷たさを表す、熱力学的な指標である。寒気容量 ϑ の定義は、

$$\vartheta \equiv \int_{p(\theta_T)}^{p_s} (\theta_T - \theta) dp \quad (4.1)$$

で、寒気質量と、鉛直平均温位と特定温位の差に比例する (図 2)。寒気容量フラックス NHF は、

$$NHF \equiv \int_{p(\theta_T)}^{p_s} (\theta_T - \theta) v dp \quad (4.2)$$

と定義される。寒気容量についても保存則が成り立つ。温位座標の連続の式 (3.3) に θ を掛けて、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \nabla \cdot \left(\theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \mathbf{v} \right) + \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \nabla \cdot \left(\theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \mathbf{v} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta \frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) - \frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

同様に、 θ_T を掛けて、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\theta_T \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \nabla \cdot \left(\theta_T \frac{\partial p}{\partial \theta} \mathbf{v} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\theta_T \frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) = 0 \quad (4.4)$$

(4.4)-(4.3) より、

$$\frac{\partial}{\partial t} (\theta_T - \theta) \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nabla \cdot (\theta_T - \theta) \frac{\partial p}{\partial \theta} \mathbf{v} + \left[(\theta_T - \theta) \frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} \right] + \frac{\partial p}{\partial \theta} \dot{\theta} = 0 \quad (4.5)$$

地表から特定温位面まで鉛直に積分することで、

$$\frac{\partial}{\partial t} \vartheta = -\nabla \cdot \int_{p(\theta_T)}^{p_s} (\theta_T - \theta) \mathbf{v} dp - \int_{p(\theta_T)}^{p_s} \dot{\theta} dp \quad (4.6)$$

寒気容量の保存則が得られる。寒気質量の生成/消滅に寄与するのは特定温位面での非断熱冷却/加熱だけであったが、寒気容量の生成/消滅には特定温位面以下の全層の非断熱冷却/加熱が寄与する。

寒気質量の保存則と同様に、長時間平均をすると寒気容量フラックスの収束・発散と寒気容量の生成・消滅率が釣り合う。

$$\nabla \cdot \left[\int_{p(\theta_T)}^{p_s} (\theta_T - \theta) \mathbf{v} dp \right] = - \left[\int_{p(\theta_T)}^{p_s} \dot{\theta} dp \right] \quad (4.7)$$

寒気質量と同様に、寒気容量の生成率は (4.6) の残差として求めている。

5 計算手順

プログラムでの計算手順は以下の通り。

1. 気圧座標データから OUTPUT_LEVEL で指定された温位面の値（風速、気圧、高度）を計算
2. 1 で作成したデータと気圧座標のデータを使って寒気質量、寒気質量フラックスを計算
3. 寒気質量フラックスの水平発散を計算
4. 1 で作成したデータと気圧座標のデータを使って寒気容量、寒気容量フラックスを計算
5. 寒気容量フラックスの水平発散を計算
6. 寒気質量、寒気容量の時間変化（1 つ前のタイムステップがある場合）を計算し、それぞれの生成・消滅率を求める

参考文献

- Holton, J. R., 2004: An Introduction to Dynamic Meteorology. Vol 88 of International Geophysics Series, Academic Press, 4 edition, 535pp.
- Iwasaki T., 1989: A diagnostic formulation for wave-mean flow interactions and Lagrangian-mean circulation with a hybrid vertical coordinate of pressure and isentropes. *J. Meteor. Soc. Japan.*, **67**, 293-312.

- Iwasaki T. and Y. Mochizuki, 2012: Mass-Weighted Isentropic Zonal Mean Equatorward Flow in the Northern Hemispheric Winter. *SOLA*, **8**, 115-118.
- Iwasaki T., T. Shoji, Y. Kanno, M. Sawada, M. Ujiie, and K. Takaya, 2014: Isentropic analysis of polar cold air mass streams in the northern hemispheric winter. *J. Atmos. Sci.*, in press.
- 岩崎 俊樹, 2009: 温位面での質量重み付き帯状平均 (MIM) の世界 [波動平均流相互作用から見た大気大循環] -2008 年度日本気象学会賞受賞記念講演 . 天気, **56**, 103-121.
- 小玉 知央, 2009: MIM に関する研究ノート. <http://wind.gp.tohoku.ac.jp/mim/doc/mim.pdf>.